

AVZ

Éditée par l'
Association
Française de
Topographie

n°99

Techniques GPS-RTK appliquées à la trajectographie

- topographie
- géodésie
- photogrammétrie
- SIG
- géomatique
- métrologie
- hydrographie
- topométrie
- cartographie
- génie civil
- histoire



Directeur de la publication

André Bailly
Ingénieur Géomètre ETP

Directeur adjoint de la publication

Emmanuel Natchitz
Enseignant Chercheur ESTP

Rédaction et administration XYZ

2 avenue Pasteur
94165 Saint Mandé cedex
Tél. : 01 43 98 84 80
Fax : 01 43 74 72 80
secrétariat : tous les jours
de 9 h à 17 h

Rédacteur en chef

Emmanuel Natchitz

Comité de Rédaction

Pierre Grussenmeyer
Maître de Conférences - INSA Strasbourg
Bertrand Ravez
Responsable de service Topographique
Bouygues TP
Tania Neusch
Maître de Conférences - INSA Strasbourg

Responsable du site internet

Tania Neusch

Conseil d'orientation scientifique

Jean Bourgoïn
Ingénieur Général Hydrographe ER
Robert Chevalier
Géomètre-Expert DPLG
Suzanne Débarbat
Astronome Observatoire de Paris
Raymond d'Hollander
Ingénieur Général Géographe - IGN
Jacques Riffault
Directeur Commercial
Robert Vincent
Ingénieur ECP
Dr Pascal Willis
Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées.

Publicité

Chantal Holdinet

Conception et maquette

Dorothée Picard

Abonnements

Evelyne Mesnis

Autre publication

L'annuaire de l'AFT

IMPRIMERIE MODERNE USHA

137 avenue de Conthe
BP 337 15003 Aurillac Cedex
Tél. : 04 71 63 44 60
Fax : 04 71 64 09 09

Dépot légal

2^e trimestre 2004 ISSN 0290-9057
N° CPPAP : 0106 G 80866

Tirage de ce numéro : 1 500 ex

Abonnement annuel

France CEE : 73 €
Étranger (avion, frais compris) : 76 €
Les règlements payés par chèques
payables sur une banque située hors de
France doivent être majorés de 10 €
le numéro : 20 €

Le bulletin d'adhésion est en p. 87

Membre du SPCS Syndicat de la Presse
Culturelle et Scientifique

L'AFT n'est pas responsable des opinions
émises dans les conférences qu'elle
organise ou les articles qu'elle publie.
Tous droits de reproduction ou d'adaptation
strictement réservés.

La revue XYZ est éditée par l'AFT Association Française de Topographie

Membre de la FIG (Fédération Internationale des Géomètres) 
2 avenue Pasteur - 94165 Saint Mandé cedex - Tél. : 01 43 98 84 80 - Fax : 01 43 74 72 80

E-mail : info@aftopo.org • Site internet : <http://www.aftopo.org>

■ Editorial 5

■ Info-Topo 7

> Les informations de la profession

■ Manifestations 24

> 2^e assemblée générale
du réseau EEGECS

> Les Journées de la Topographie
à l'INSA de Strasbourg

■ GPS



> Techniques GPS-RTK appliquées à la trajectographie 27

Hervé GONTRAN et Jan SKALOUD

■ Techniques nouvelles



> Influence passée, présente et à venir de la technologie en topographie 33

Daniel WALLACE

■ Géodésie 39

> Le contrôle des instruments géodésiques
Rudolf STAIGER

■ Histoire 47

> La théorie de la loxodromie
de Pedro Nunes (Petrus Nonius)
Raymond D'HOLLANDER

■ Cadastre 57

> Transformation polynomiale par fonctions
radiales de base les conséquences des
changements de référentiels - Application
au cas des raccordements parcellaires
Claude MILLION
et Jacques CHAMBARETAU

■ Topo-vécue 62

> Que d'eau, que d'eau...
Robert CHEVALIER

■ GSF 65

> De l'eau pour nos nouveaux amis
Florent DESSENS

■ Art et Géométrie 66

> Molnar et Knifer :
l'alphabet de l'abstraction
Jean-Pierre MAILLARD

■ Livres 84

Pour la recherche de nos annonceurs
consulter la page 69.

Bientôt la revue XYZ n°100

Dans quelques mois, la revue XYZ fêtera déjà son centième numéro !

Afin d'accueillir ce numéro anniversaire comme il se doit, le comité de rédaction propose d'illustrer chaque mot clé de sa page de couverture par un article scientifique représentatif.

Ainsi la topographie, la géodésie, la photogrammétrie, les SIG, la géomatique, la métrologie, l'hydrographie, la topométrie, la cartographie, le génie civil et l'histoire seront autant de sujets étudiés et analysés selon un point de vue historique par des spécialistes du domaine.

De plus, à la veille de cette publication, votre association agrandit son comité de rédaction pour resserrer encore davantage son lien avec son site Internet. Elle ouvre aussi son conseil d'orientation scientifique à l'international en comptant bientôt de nouveaux membres spécialistes en son sein. Ce nouveau comité de lecture aura pour vocation, d'une part, d'élargir les thèmes abordés dans votre revue XYZ et, d'autre part, de porter un regard nouveau sur les articles scientifiques proposés au comité de rédaction.

Enfin, nous tenons à informer nos jeunes lecteurs, que le comité de rédaction a décidé de prolonger le délai de soumission d'articles pour participer au Prix de l'AFT 2004. Nous vous rappelons que le Prix de l'AFT est destiné aux jeunes ingénieurs diplômés en topographie et récompense les meilleurs articles portant sur leur travail de fin d'études d'ingénieur géomètre-topographe. Ainsi, en repoussant la date limite de soumission au 1^{er} octobre 2004, l'AFT tient compte des nouveaux diplômés de l'année courante, en leur offrant la possibilité de publier leurs travaux avant le démarrage de leur vie active. Elle se tourne également vers eux dans la démarche de recherche d'emploi par la mise en ligne régulière d'offres sur le site Internet sous www.aftopo.org.

N'hésitez pas à nous transmettre vos suggestions pour améliorer notre service.

**Emmanuel Natchitz, Rédacteur en Chef
et Tania Neusch, Membre du comité de rédaction**

MAGMA : l'ENSG part à la conquête du Mont-Blanc

Le projet MAGMA, organisé par des étudiants de l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques, a pour ambition d'effectuer des mesures altimétriques et gravimétriques au sommet du Mont-Blanc et à l'aplomb du tunnel transalpin entre les 28 juin et 2 juillet prochains. Cette mission, inspirée par les mesures des années précédentes et encadrée par le Groupe Militaire de Haute Montagne (GMHM), vise, au-delà de l'apport pédagogique, à mieux connaître le géoïde sous le massif alpin.

Pour sa première année d'existence, le Master en Science de Management des Systèmes d'Information et Applications Géographiques (MSIAG), fruit d'un partenariat entre l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques (ENSG), l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC) et l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST), va se concentrer pendant une semaine sur la région de Chamonix, dans le cadre d'un projet intitulé MAGMA (Mesures Altimétriques et Gravimétriques du Mont-Blanc après Ascension).

Une promotion hétérogène

La façon dont chacun des quinze élèves de cette promotion appréhende cette région de haute montagne diffère autant que leurs cursus, des universitaires aux ingénieurs diplômés, en passant par des officiers de l'Armée de Terre et de l'Armée de l'Air, sans oublier des étudiants étrangers (Maroc, Niger, Cameroun, Madagascar). Mais ils ont tous en tête la date du 28 juin, jour où ils devront répondre présent au pied du sommet de l'Europe. Pour l'équipe en

charge du Master, "le premier intérêt est pédagogique, dans la mesure où ces élèves, de cursus et d'origines culturelles différents, sont rassemblés autour d'une même entreprise, en l'abordant de points de vue complémentaires : scientifique, sportif ou promotionnel. Mais, évidemment, au-delà de l'aspect pédagogique que constitue l'aboutissement d'une année de travail et de vie de groupe, il y a un but scientifique à atteindre."

Au sommet du Mont-Blanc et sur le glacier, à la verticale du tunnel du Mont-Blanc

La démarche de ces élèves de l'ENSG s'inscrit dans la continuité des travaux effectués en 2001 et 2003 par les Géomètres Experts de Haute Savoie, dans l'optique de mesures régulières, et de la mise en place d'un observatoire des fluctuations du sommet du Mont-Blanc. A ce titre, leur mission se décompose en deux étapes.

La première concerne le sommet du Mont-Blanc, dont l'altitude sera mesurée (mesure de positionnement par GPS géodésique en mode relatif, méthode statique). Il est également prévu la réalisation d'un levé du dôme de glace (mesure par GPS géodésique en mode relatif, méthode cinématique) et enfin la mesure de l'accélération du champ de pesanteur terrestre au sommet (mesure avec un gravimètre relatif), qui constituerait une première au sommet.

La seconde série de mesures se fera à l'aplomb du tunnel du Mont-Blanc : on s'intéressera plus précisément à l'accélération du champ de pesanteur terrestre à la verticale de points à l'intérieur du tunnel où elle a déjà été mesurée en 2001. Une mesure de la position précise de chaque point sera, conformément à



l'étape précédente, effectuée par GPS (méthode rapide-statique). La recherche de la verticale de ces points se fera, quant à elle, par GPS de navigation.

Un projet sous tous ses aspects

C'est donc un projet d'envergure qui aura nécessité près d'une année de préparation et le concours de partenaires au premier rang desquels l'Institut Géographique National (IGN), l'Association Française de Topographie (AFT), l'Ordre des Géomètres Experts (OGE) (ou encore l'association B-Sharp, les sociétés Leica, Autodesk, EADS, ESRI France, la Compagnie du Mont-Blanc...). Des aides précieuses que ces futurs ingénieurs diplômés de l'ENSG ont su solliciter et allier à une organisation rigoureuse, basée sur une répartition de la promotion dans les domaines scientifique, de la communication et de la préparation sportive et technique, pour les besoins de la cause MAGMA.

Il ne reste plus aux étudiants du Master MSIAG qu'à peaufiner les derniers détails d'une semaine qui s'avèrera physiquement éprouvante, mais certainement riche d'enseignements.

Julien VARJABETIAN

Contacts :

<http://magma.ensg.ign.fr>
<http://msi.ensg.ign.fr>
<http://www.ensg.ign.fr>

Une formation à domicile XYZ a visité "Ecole chez Soi"

Voilà plusieurs années que nous suivons le développement de cette école dont l'une des caractéristiques est d'être, à cheval sur trois siècles, du même âge que la scolarisation obligatoire et l'alphabétisation de la nation.

Notre revue XYZ y a presque ses habitudes, certains de ses membres dirigeants d'ailleurs y enseignent. Mais ce printemps où nous sommes allés lui rendre visite nous n'avons pas reconnu les lieux dont la surface a plus que doublée, dont la configuration des volumes de travail s'est adaptée à ce XXI^e siècle qui est le 3^e qu'elle connaît. Cette centenaire porte bon pied bon œil si l'on en croit l'enthousiasme de son directeur Jean Michel Bourgois et l'entrain de ses collaboratrices et collaborateurs (et même du petit chien, presque invisible mais toujours présent, qui est la mascotte des lieux !).

Cette équipe relève un défi, celui de répondre aux problèmes que posent les carrières des métiers auxquels elle prépare, et cela sans perdre mémoire des évolutions séculaires des techniques et des enseignements. Un pari qui suppose un développement sans précédent de l'outil informatique au service de la cause.

L'Ecole repose sur un socle bétonné depuis sa création par Léon Eyrolles en 1891 (Oui, mille huit cent quatre vingt onze !). Ce socle c'est l'enseignement à distance pour la formation, basé sur une philosophie de promotion sociale, en particulier dans le secteur des BTP dont l'école est spécialiste.

Il semble, vu la longévité de l'expé-

rience et ses réussites, que ce soit une des meilleures réponses aux besoins, la possibilité de se former sans quitter son poste de travail, à son rythme, sans remettre en cause le mode de vie pour des formations longues. Au final, actuellement, 20 000 anciens élèves en activité dans les BTP, la topographie, l'architecture, public et privé confondus. Les voies pédagogiques commencent au niveau d'étude scolaire de la 3^e et s'achèvent aux niveaux "post ingénieur", elle prépare également aux diplômés d'Etat et aux concours d'entrée dans les écoles concernées.

Depuis notre dernière visite, deux ans, l'effectif des élèves est passé de 600 à 3 000 (de 120 à 300 élèves dans le seul secteur topographie). La cadence des inscriptions est de 10 à la journée.

C'est ici qu'est le nœud du problème pour l'école, et qui nécessite son adaptation actuellement en cours par le développement important de la gestion informatique qui devient le pilier central de la voûte. Malgré ces contraintes, il faut garder un contact incontournable dans le rapport individuel Ecole/élève.

Et d'abord pour l'orientation : les cellules d'accueil et de conseils passent de 6 à 10 conseillers. Ils accueillent au téléphone pour des entretiens personnalisés, pour cibler l'orientation de l'impétrant qui n'est pas toujours le mieux placé pour définir ses besoins de formation (Etudes ratées, échelons à franchir dans une profession, changement d'orientation, vocation tardivement décelée ou contrariée au départ ...) Cet entretien de personne à personne, de vive voix, permet de déceler, d'orienter, de conseiller, de tester également les possibilités. Chaque nouveau candidat ne doit pas rester l'anonyme

d'une simple demande d'inscription, il doit être un personnage connu et individualisé, dont la scolarité sera ensuite suivie tout au long par le même conseiller, les devoirs corrigés par le même professeur. Un subtil équilibre est nécessaire pour traiter la dualité "contact humain/outil moderne", pour éviter des élèves virtuels qui ne seraient qu'une silhouette en e.mail entrevue sur ordinateur.

L'âme de l'Ecole c'est l'équipe pédagogique, pluridisciplinaire avec plus de 30 professeurs, professionnels et universitaires de haut niveau. Ce sont des enseignants, des ingénieurs, des responsables, des professionnels en activité. Si l'élève désire solliciter cette équipe, il consulte le site Internet où un "espace élève" lui permet de poser ses questions avec une réponse instantanée dans 90 % des cas. Mais un contact direct est toujours en service, par téléphone, par courrier ou par fax, voire directement à l'école.

Pour parfaire son rôle, l'école propose, en fin d'études, une aide à la recherche d'emploi. Elle est en partenariat avec un cabinet de placement qui effectue gratuitement des recherches.

Pour la suite, il existe une Amicale de l'Ecole Chez Soi qui, outre son annuaire, ouvre un réseau d'anciens élèves et de professionnels. ●

Jack BIQUAND (AFT)

Vous souhaitez publier des Info-topo, des offres et des demandes d'emploi consultez notre site internet : <http://www.aftopo.org>

2^e assemblée générale du réseau EEGECS



Le réseau thématique EEGECS (European Education in Geodetic Engineering, Cartography and Surveying) est un programme d'enseignement supérieur européen sous tutelle du programme SOCRATES ERASMUS. Il fut créé en octobre 2002 par la direction adjointe des relations internationales de l'école supérieure de géodésie, cartographie et topographie de l'université polytechnique de Valence (ETSIGCT-UPV-Espagne). Son objectif est de proposer un programme commun d'enseignement des sciences géomatiques favorisant la circulation des professionnels du secteur dans l'Union Européenne.

L'AFT est membre de ce projet depuis sa création et tient les lecteurs d'XYZ informés de l'évolution des travaux de ce réseau.

Francisco Garcìa Garcìa, le coordinateur de ce programme (Professeur à l'ETSIGC) est responsable des aspects financiers et de la coordination du réseau. À ce jour, le réseau compte plus de cent membres provenant à la fois des divers universités européennes mais aussi d'organismes privés et publics. A cela s'ajoute quinze collaborateurs extérieurs d'autres continents.

Nous avons entamé la 2^e année de ce projet qui est prévu pour durée 6 ans. L'objectif affiché est d'uniformiser les offres de formations pour une meilleure reconnaissance internationale. Pour atteindre cet objectif ambitieux, les partenaires du réseau thématiques de l'EEGECS se sont fortement mobilisés. Le réseau se décompose en groupe de travail correspondant aux objectifs du réseau :

1. Formation universitaire premier cycle,
2. Recherche
3. Formation continue, formation par Internet et dimension européenne des études
4. Entreprise secteur public et privé
5. Mobilité, langues, culture, nationalité, cohésion sociale,
6. Assurance qualité.

Ce découpage permet de bien identifier les besoins et les attentes des professionnels de chaque pays de l'Union Européenne ; préalable indispensable à l'adaptation des formations. Des questionnaires ont été soumis aux professionnels européens et les membres des groupes de travail ont commencé les analyses.

Pour la première fois, l'apprentissage des langues est encouragé dans les

facultés de géomatique par la mise en place d'un plan d'action unique. Celui-ci contient également la définition d'une unité de critères pour toutes ces facultés, encourage la mobilité, met en avant le dialogue et la collaboration entre chercheurs, conférenciers et interlocuteurs des secteurs privés et publics.

Avec le développement de ce projet, les partenaires de l'EEGECS répondent aux objectifs des déclarations de Bologne et de Prague. Ils travaillent en collaboration pour la reconnaissance d'un diplôme Européen équivalent pour tous les étudiants quelque soit leur pays d'origine.

Soixante quinze membres étaient présents lors de la 2^e assemblée générale de l'EEGECS qui a eu lieu du 19 au 21 février 2004 à l'UPV. Cette forte mobilisation des participants est favorable au dialogue et à la discussion pour les phases suivantes du projet. Ce congrès s'est avéré important pour renforcer la communication et l'échange d'idées entre les partenaires. ●

Pour plus d'information :

Inma Tomás Estellés
Industrial Engineer
International Relations Office
Higher Technical School of Geodetic,
Cartographic and Surveying Engineering
Universidad Politécnica de Valencia
Tel. +34 96 3877165
Fax +34 96 3877169
eegecs@upvnet.upv.es
<http://www.top.upv.es/eegecs>



2^e Assemblée générale Valence - Espagne

Les Journées de la Topographie à l'INSA de Strasbourg du 22 au 24 septembre 2004

Pour sa 2^e édition, cet événement réunit durant 3 jours les professionnels de la topographie au sein d'une spécialité. Une très bonne occasion pour les professionnels de s'informer des dernières innovations et d'échanger leurs points de vue.

Les trois matinées seront réservées aux soutenances de **Projets de Fin d'Etudes** des étudiants en dernière année de formation Ingénieurs sur des thèmes variés (GPS, SIG, métrologie, géodésie, photogrammétrie, télédétection, etc.). Ces soutenances seront ouvertes au public et se dérouleront au cœur du salon des exposants.

- Mercredi après-midi aura lieu une **Tribune des spécialistes** débattant cette année du sujet "Quelles données topographiques pour un SIG territorial ?". Des ingénieurs territoriaux, des géomètres-experts, des ingénieurs de l'IGN et des universitaires mèneront le débat et tenteront de répondre aux questions du public.

Suite à ce débat, le Président du Conseil Supérieur de l'OGÉ accueillera les étudiants de 1^{ère} année en les sensibilisant aux multiples facettes du métier de géomètre-expert.

- La seconde après-midi sera réservée aux entreprises qui, dans le **Salon des exposants**, pourront exposer leurs pro-

duits et activités. De plus, le **Podium des entreprises** permettra à celles-ci de présenter leurs dernières nouveautés, innovations ou un thème particulier durant des créneaux horaires prévus à cet effet. Cette année une participation financière est demandée pour l'occupation d'un stand. Géomètres, Ingénieurs des Villes de France, professionnels du monde de la topographie, maîtres de stage, étudiants et autres visiteurs sont conviés à ces trois journées. D'ailleurs, une réunion du Cadastre ainsi qu'une réunion du Bureau du Conseil Supérieur de l'OGÉ se tiendront dans les locaux de l'école ce jour-là.

- La troisième et dernière après-midi sera consacrée à la remise des Diplômes d'Ingénieur Topographe et sera clôturée par le traditionnel vin d'honneur.

Nous souhaitons que ces journées soient fédératrices et qu'elles constituent une réelle promotion de la topographie. C'est pourquoi nous comptons sur votre participation ! ●

Le programme des journées est consultable sur le site de la spécialité topographie :

<http://www.insa-strasbourg.fr/topographie/>

Contact : Neusch Tania,

**Spécialité Topographie, INSA de Strasbourg,
24 bd de la Victoire - 67084 Strasbourg Cedex**

Tél : 03 88 14 47 34 - tania.neusch@insa-strasbourg.fr



JOURNÉES DE LA TOPOGRAPHIE
22, 23 et 24 septembre 2004

*Un rendez-vous de professionnels
au sein d'une spécialité*

INSA de STRASBOURG - SPÉCIALITÉ TOPOGRAPHIE
24 boulevard de la Victoire
67084 STRASBOURG cedex

<http://www.insa-strasbourg.fr/topographie/>

INSA de STRASBOURG

INGÉNIEURS + ARCHITECTES

Tel : 03.88.14.47.34
Fax : 03.88.14.47.33
tania.neusch@insa-strasbourg.fr

Techniques GPS-RTK appliquées à la trajectographie

■ Hervé GONTRAN et Jan SKALLOUD

Le laboratoire de Topométrie de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) mène des projets novateurs dans le cadre de la trajectographie de sportifs avec GPS, en collaboration avec la société Dartfish

<http://www.dartfish.com>,

spécialiste des logiciels d'entraînement par vidéo.

Ce partenariat a permis la création de séquences de réalité virtuelle, grâce auxquelles des milliers de téléspectateurs ont pu imaginer les sensations extrêmes d'un skieur alpin en descente, sous des perspectives inédites à la télévision. Cet article présente nos dernières recherches sur la transmission de corrections GPS, et développe les thèmes suivants :

- *Rappels sur le concept de localisation temps réel par GPS*
- *Solution standard de transmission de corrections GPS-RTK*
- *Solutions adaptées à la trajectographie de sportifs*
- *Perspectives*

Contexte

Les applications aux sports dynamiques pour l'analyse précise de trajectoires représentent une nouvelle perspective pour la localisation GPS différentielle avec mesure de phase. Appliquée au ski de compétition, la technique GPS fournit toutes les données quantitatives pour une analyse complète position/vitesse/accélération

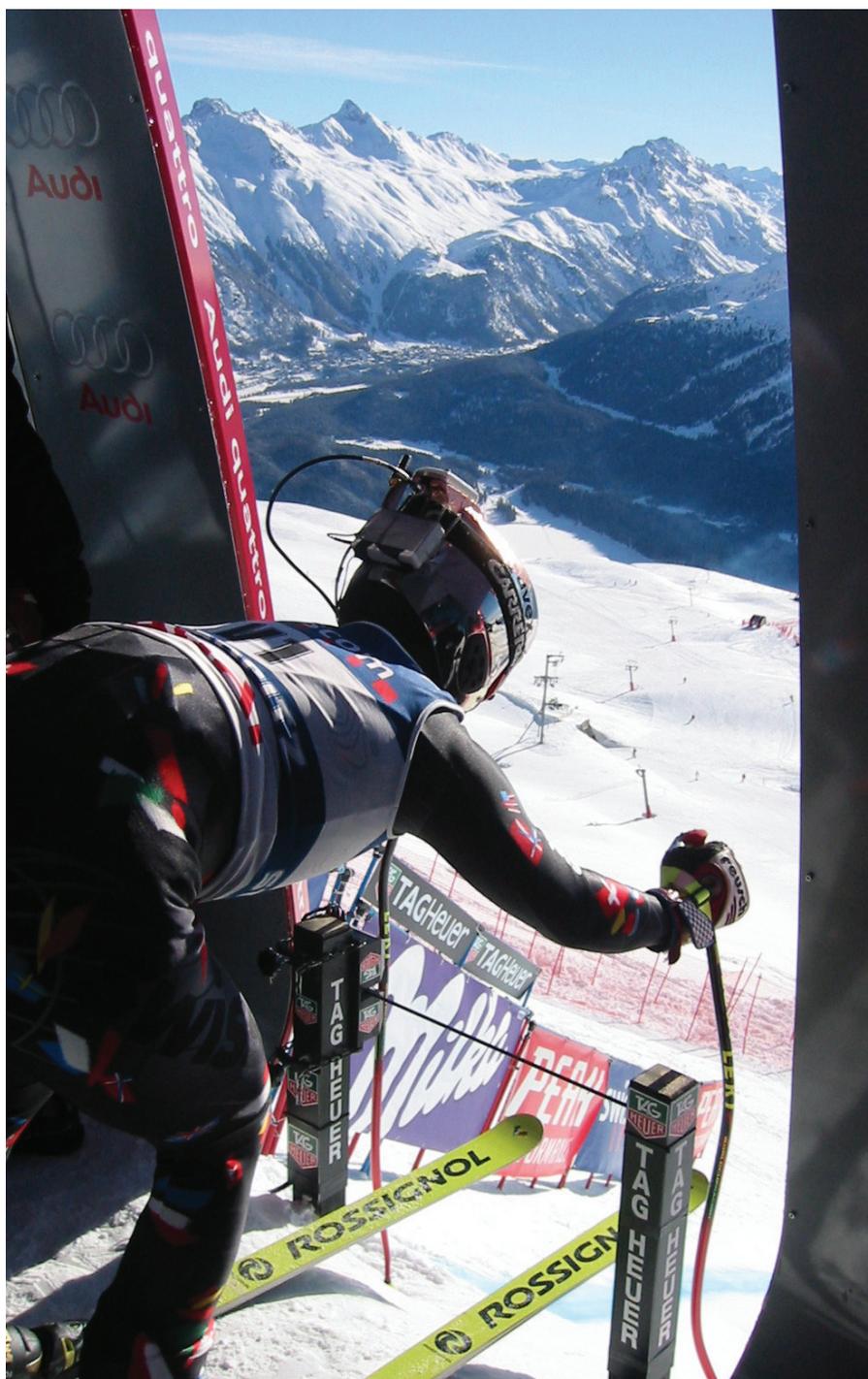


Photo 1 : équipement GPS pour le ski alpin

■ ■ ■ (PVA), si bien que les trajectoires mesurées ainsi peuvent être comparées sur la totalité de la piste. Elle est donc en mesure d'aider les athlètes à trouver la ligne la plus rapide et d'identifier des fautes techniques. Il en résulte une amélioration de l'efficacité des entraînements et de la préparation, dans le but d'optimiser les performances, aussi bien de l'athlète que de son matériel. Ce type d'analyse exige une localisation décimétrique du skieur à une cadence de 5 à 10 Hz.

Localisation temps réel par GPS

Pour obtenir une précision décimétrique souhaitée en trajectographie, des techniques GPS différentielles doivent être mises en œuvre.

Pour le DGPS code, ces techniques corrigent les pseudo-distances (affectées par des erreurs d'éphémérides, la troposphère et l'ionosphère) entre un récepteur GPS mobile et les satellites qu'il reçoit. En fait, un récepteur de référence, stationné sur un point prédéterminé, reçoit à chaque instant la position des satellites dans l'espace, et calcule sa propre position. Ce récepteur peut donc déterminer la distance théorique à chaque satellite et le temps de propagation des signaux correspondants. La comparaison de ces valeurs théoriques avec les valeurs réelles permet de calculer des différences qui représentent des erreurs sur les signaux reçus. De ces différences dérivent les corrections de pseudo-distances définies par la commission technique de la radio sur les services maritimes (RTCM). Ces corrections RTCM sont transmises à des récepteurs mobiles, améliorant la précision de la localisation à un niveau métrique (Dupraz, 1992).

Par analogie, pour le DGPS phase, des corrections de mesures de phase, normalisées par le RTCM, sont calculées par la référence, puis émises vers le mobile. Ainsi, l'erreur de localisation peut être réduite à 3 - 5 cm en recevant 5kbit/s de corrections au format RTCM-RTK, pourvu que le récepteur mobile soit distant de moins de 10 km de la station de référence.

Formats de message de correction

En fait, la commission RTCM fut le premier organisme à édicter une norme sur le contenu des messages de corrections GPS. Chaque message RTCM est constitué d'un nombre variable de mots de 30 bits, dont les deux premiers servent d'en-tête. Dans le cadre de la localisation temps réel, les messages 18 et 19 sont d'un intérêt majeur, et la quantité minimale d'information à diffuser pour une correction RTK est donnée par la formule :

$$(1) \text{ [octets/s]} = [\text{mots de 30 bits}] \times 5 = f \times 2 \times \text{FREQ} \times (3 + 2 \times N) \times 5^1$$

Où f désigne la cadence de mesures ; FREQ, valant 1 ou 2, décrit le caractère mono ou bi-fréquence du récepteur ; N représente le nombre de satellites.

Il faut cependant noter que les coordonnées de la station de référence sont également diffusées, à une cadence moindre que les corrections. Neuf mots de 30 bits sont nécessaires pour décrire la position de la station de référence, ce qui génère un débit de pointe de :

$$(2) \text{ [octets/s]} = f \times (2 \times \text{FREQ} \times (3 + 2(N) + 9)) \times 5$$

Le message CMR (Compact Measurement Record), désormais approuvé

(1) Ce facteur 5, au lieu de 3.75, tient compte des recommandations du RTCM.

pour l'usage public, fut développé par Trimble pour véhiculer des corrections via des lignes de communication de bande passante réduite (2 400 bauds). Dans son implémentation la plus récente, le CMR+, la position de la station de référence est transmise suivant des trames disjointes, au lieu d'un seul bloc comme dans le message RTCM (Javad Navigation Systems^{INC}, 2003). La formule donnant le débit de pointe est :

$$(3) \text{ [octets/s]} = f \times (6 + N \times (8 + (\text{FREQ} - 1) \times 7) + 16)$$

Voici une application numérique pour fixer les idées :

Lors de la réception de 7 satellites, à une cadence de mesures de 1 Hz, un récepteur bi-fréquence diffuse en pointe :

$$\bullet (2 \times 2 \times (3 + 2 \times 7) + 9) \times 5 = 385 \text{ octets/s} = 3080 \text{ bps de corrections RTK-RTCM}$$

$$\bullet (6 + 7 \times (8 + (2 - 1) \times 7) + 16) = 127 \text{ octets/s} = 1016 \text{ bps de corrections RTK-CMR+}$$

Afin de limiter la saturation de la ligne de communication, nous baserons nos expériences sur la diffusion de corrections CMR.



Figure 1 : liaison radio au service de GPS-RTK

Solution standard de transmission de corrections GPS-RTK

La figure 1 présente une illustration traditionnelle du principe du GPS temps réel. Ne nécessitant pas l'octroi de concession de la part de l'OFCOM², les liens radio de faible puissance permettent l'essor de la localisation temps réel par GPS dans le terrain. De tels liens reposent sur la bande de base, une technique de transmission directe des signaux numériques, sans modulation, sur une bande de fréquences indivisible, autrement dit un canal de communication unique. Il en résulte qu'un seul message peut être transmis à la fois (**Pacific Crest^{INC}, 1995**). On notera que la comparaison simultanée et temps réel de la trajectoire de plusieurs sportifs est donc impossible. Si l'usage de la radio continue à jouer un rôle prépondérant dans la diffusion de corrections GPS-RTK, les caractéristiques mentionnées précédemment engendrent certains désagréments suivants :

- Problème d'allocation de fréquences
- Interférences intempestives
- Limitation de portée inhérente à la faible puissance (cf. tableau 1)

Par ailleurs, nos applications de trajectographie requièrent l'utilisation du "RTK inverse" – base mobile, rover statique – afin d'assurer le contrôle et l'affichage en temps réel de la position et de la vitesse du sportif. La puissance de la radio, proportionnelle à son encombrement, doit donc être plus élevée pour le sportif que pour la base.

(2) Office Fédéral de la COMmunication

Tableau 1 : portée des services radio

SERVICE RADIO	PORTÉE	PUISSANCE	TAXES DE CONCESSION
Radiocommunication à usage général (cibiste) 27 MHz	Env. 1-30 km	1 à 4 W	48 € par année
Radiocommunication à usage professionnel VHF (fréquences dans la bande des 173 MHz)	Env. 5-20 km	2,5 W	93 € par année (par appareil)
PMR-446 (8 fréquences dans la bande des 446 MHz)	Env. 2-5 km	500 MW	Exempté de concession
SRD (short range devices) 69 canaux 433/434 MHz	Env. 1-2 km	10 MW	Exempté de concession
Radiocommunication à usage professionnel 430 MHz (3 fréquences)	Env. 5-10 km	2,5 W	36 € par année (par appareil)

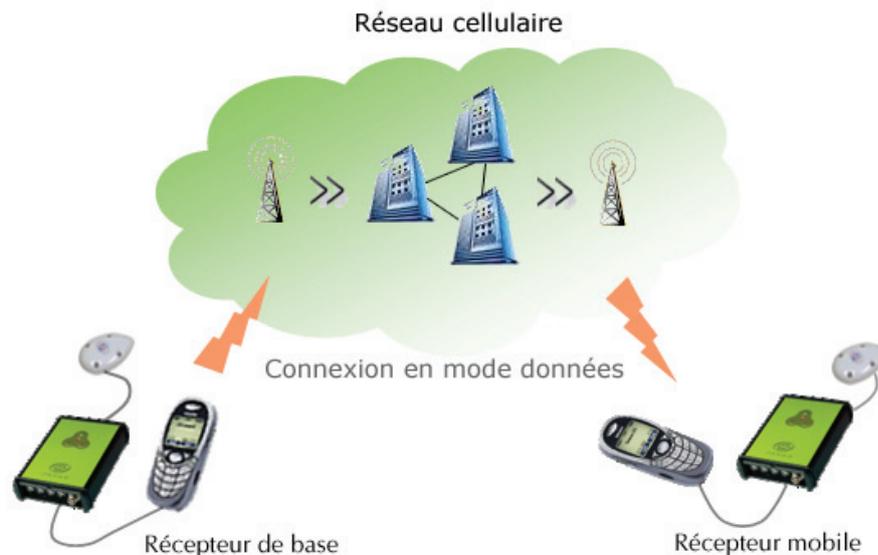


Figure 2 : diffusion de corrections GPS via GSM

L'expérience montre que l'utilisation de la radio entraîne une dégradation sensible des performances de l'athlète, ce qui nous a conduits à investiguer dans des liens de communication fiables et aisément portables.

Transmission de corrections GPS via GSM

Le terme "portable" évoque tout naturellement téléphone cellulaire (natel en Suisse) – et nombreux sont les modèles équipés d'un modem pour un poids inférieur à 100 grammes, batterie incluse ! La couverture assurée par les trois opérateurs nationaux fait du réseau cellulaire un média de choix et bon marché pour la transmission de corrections RTK. Lors d'une

liaison commutée vers son homologue, un natel établit une connexion telle que le réseau GSM soit transparent aux données. Ceci simule une véritable liaison point à point, comme si le destinataire de l'appel était directement relié à l'application (ou au périphérique) contrôlant le modem du natel.

Ainsi, toute procédure de connexion GSM définit une ligne spécifique où circulent les informations échangées entre les 2 modems (Figure 2). Cette ligne est réservée à l'usage exclusif des périphériques. Cette technique tend à se développer et des partenaires industriels offrent un service de corrections RTK par GSM, mais dans un format et à une cadence incompatibles avec la trajectographie de sportifs.

■ ■ ■ Trajectographie et ski de vitesse

Lors d'une manche de la coupe du monde de kilomètre lancé à Leysin, en Suisse, l'utilisation du GPS pour déterminer en temps réel la trajectoire de sportifs s'est avérée un succès. Des skieurs volontaires sont équipés de récepteurs GPS haut de gamme qui diffusent leurs position et vitesse à une cadence de 10 Hz via le réseau GSM. Un ordinateur portable rassemble et analyse toutes les données GPS, en affichant la qualité du lien de communication ainsi que la position et la vitesse des skieurs, le tout en temps réel. Un algorithme de lissage par splines cubiques (Skaloud et al., 2003) est appliqué à chacune des trajectoires pour amener la précision à un niveau centimétrique. Comme cette précision est compatible avec la localisation des cellules de chronométrage, nous pouvons interpoler l'instant précis auquel les athlètes atteignent les cellules. Le tableau 2 illustre l'adéquation entre les chronométrages FIS³ et GPS. Le coulisage virtuel (cf. Figure 3) de la zone de chronométrage de 100 m le long de la trajectoire des skieurs permet une détermination optimale du positionnement des cellules de chronométrage. Le tableau 3 montre que la position optimale du premier chronomètre se trouvait en fait 50 m plus bas que celle déterminée à l'aide de sensations d'accélération.

Cette expérience nous a permis de mettre au point une technique non empirique de placement des cellules de chronométrage, mais elle a aussi mis

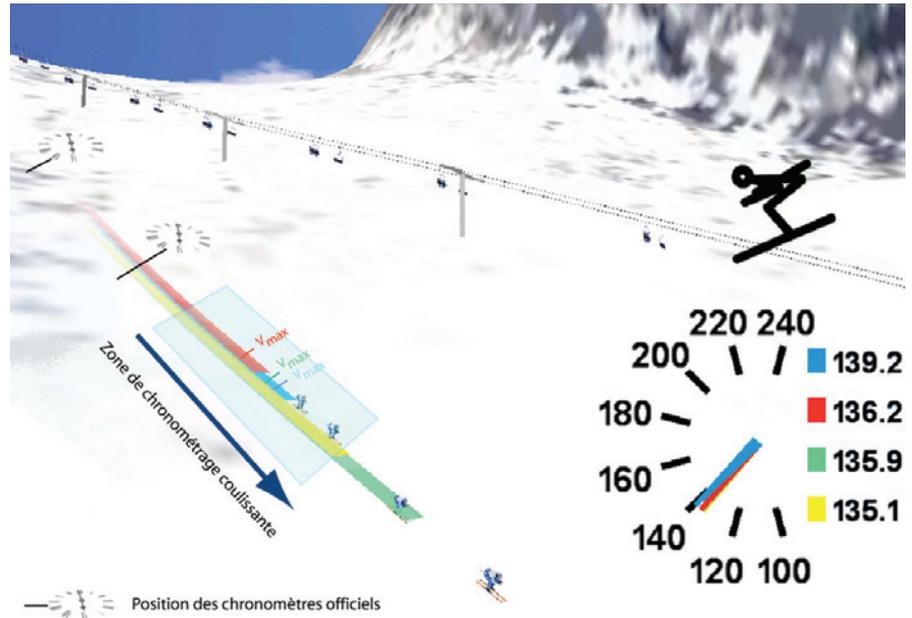


Figure 3 : Optimisation du positionnement de la zone de chronométrage par GPS (copyright Dartfish 2004)

en avant certains inconvénients inhérents à la communication par GSM.

- Un natel qui n'est pas géré par le firmware d'un récepteur GPS nécessite une programmation (Siemens AG, 2001) par des commandes Hayes non normalisées.
- L'établissement de la connexion peut prendre quelques minutes alors que la patience des compétiteurs est limitée.
- La facturation est basée sur le temps à cause du lien réservé et exclusif entre les deux postes.
- La vitesse de transfert est limitée à 9 600 bps.

NTRIP (Networked transport of RTCM via Internet Protocol)

En raison de la capacité accrue d'Internet, les radios en ligne, qui débitent des flux continus de paquets IP⁴, sont devenus des services bien établis. Le transfert de données GPS temps réel requiert une bande passante relativement étroite par rapport à ces applications. Par conséquent, la dissémination de corrections RTK via Internet constitue une alternative intéressante à l'usage des techniques de diffusion

(3) Fédération Internationale de Ski
(4) Internet Protocol

Tableau 2 : validation du chronométrage GPS

	Chronométrage FIS	Chronométrage GPS
Coureur 1 (antenne miniature L1)	138.56 km/h	138.2 km/h
Coureur 2 (antenne avionique L1/L2)	141.37 km/h	141.3 km/h

Tableau 3 : positionnement optimal des chronomètres

	+10 m	+20 m	+30 m	+40 m	+50 m	+60 m	+70 m	+80 m	+90 m
Skieur1	139.7	141.3	143.0	143.1	145.8	146.5	143.0	142.9	142.0
Skieur2	144.1	145.9	147.7	148.8	149.5	149.5	150.1	149.0	148.0
Skieur3	143.6	147.1	148.3	152.0	155.3	151.4	152.0	149.8	142.2

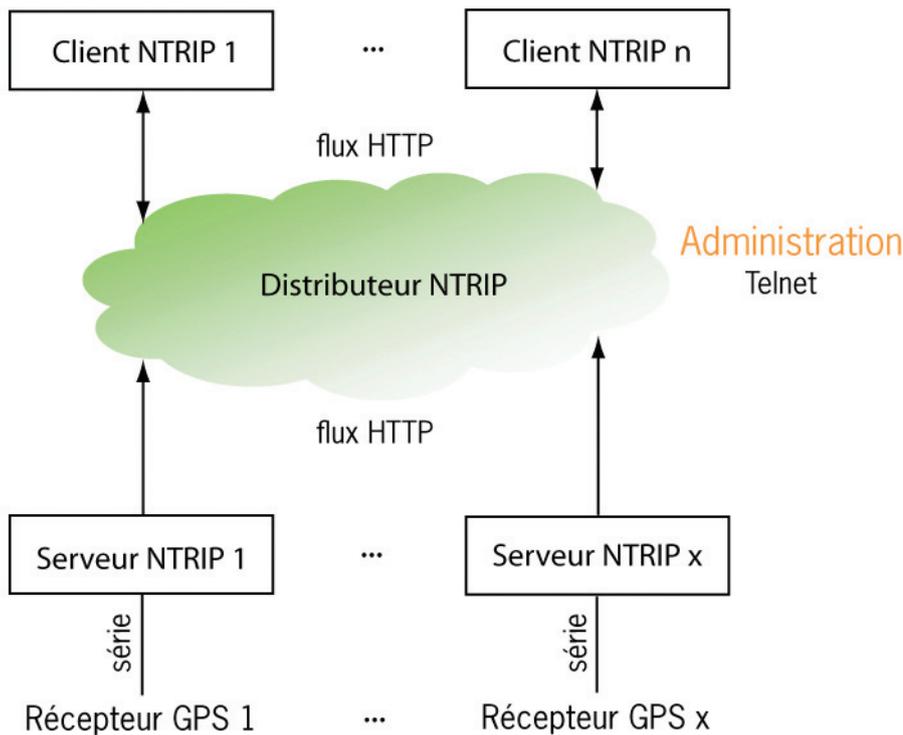


Figure 4 : architecture NTRIP

mentionnées précédemment. Dans le cadre d'EUREF⁵, l'agence fédérale de cartographie et géodésie de Francfort (Bundesamt für Kartographie und Geodäsie) a développé une technique temps réel de collecte et d'échange de données GPS sur Internet. Le procédé, baptisé NTRIP (Weber et al., 2003), fait appel à une architecture de serveurs très lourde permettant à des milliers d'utilisateurs de se connecter simultanément (figure 4). Cette caractéristique, ainsi que la difficulté d'implémenter nos propres routines sur un serveur NTRIP, nous a conduit à investiguer sur l'exploitation d'une simple station de travail comme serveur de corrections RTCM.

L'Internet mobile est intimement lié au GPRS (Cisco Systems^{INC}, 2000) qui est un service de transmission de données par radio, utilisant la commutation de paquets sur le réseau GSM. Dans le cadre d'une liaison GPRS (figure 5), la connexion est directement réalisée sur Internet et le modem se comporte comme une interface réseau UDP⁶/TCP⁷/IP. Aucune ligne n'est réservée pour l'échange des données entre les modems, puisque les ressources

(5) European REference Frame
 (6) User Datagram Protocol
 (7) Transmission Control Protocol

nécessaires à la communication sont allouées dynamiquement sur demande. Les données sont organisées sous forme de blocs UDP ou TCP/IP, si bien que le débit peut atteindre 171.2 kbps, soit 10 fois plus qu'une liaison GSM. En outre, la facturation d'une connexion GPRS est basée sur le volume de paquets IP transférés, indépendamment du temps et du lieu de réception des informations. Cette approche pré-

sente l'avantage de projeter directement l'application/le périphérique contrôlant le modem sur Internet via un APN (Access Point Name). Comme le port http (TCP 80) n'est généralement pas filtré par un pare-feu, un serveur de corrections RTK peut exploiter celui-ci à l'aide d'un logiciel convertissant un flux sériel de données GPS en paquets TCP/IP. Il en découle que le rover est prêt à accéder au serveur de corrections à partir de n'importe quelle zone couverte par GSM à un coût unique.

Néanmoins, un natel compatible GPRS ne peut pas transmettre de corrections GPS à un rover, dans la mesure où aucune commande Hayes ne permet d'introduire l'adresse IP du destinataire. Dans le cas d'une introduction manuelle du numéro IP du serveur, le navigateur web du téléphone cellulaire tente d'interpréter les corrections GPS, ce qui mène à des dépassements de temps de connexion.

La solution réside dans l'intégration d'un modem embarquant la pile de protocoles de communication PPP, UDP et TCP/IP. Grâce à un tel périphérique, le rover se comporte comme s'il était directement connecté au serveur par un câble série virtuel.

Le processus de connexion est limité à l'exécution du script suivant :

- AT+CGDONT = 1, "IP", "mon.apn.ch"
 Désignation de l'APN

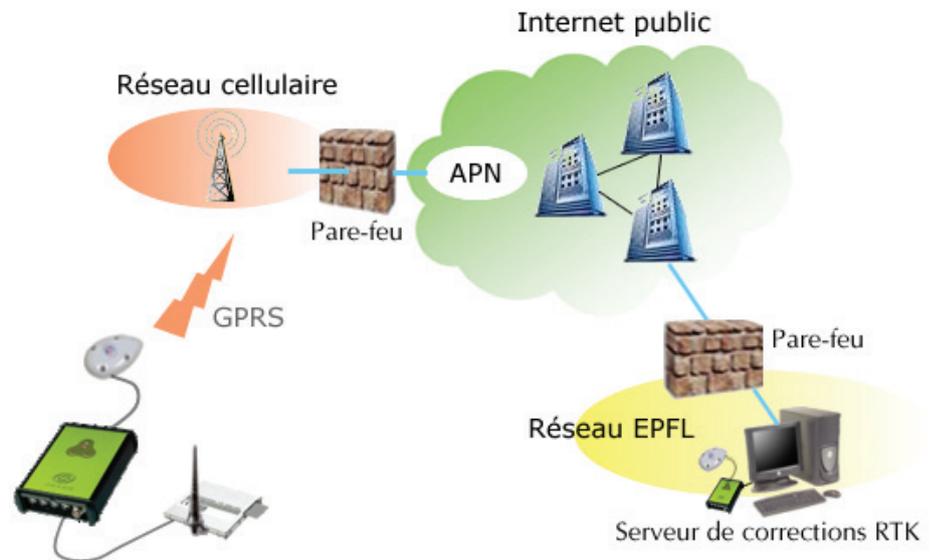


Figure 5 : diffusion de corrections GPS via GPRS

- AT#USERID = "mon_nom"
Authentification de l'utilisateur
- AT#PASSW = "ma_clef"
Mot de passe
- AT#SKTSET =
0,80,"mon_serveur_RTK" Définition
du serveur distant

Vers un NTRIP mobile

L'implémentation de NTRIP que nous venons de décrire fonctionne, pourvu que le serveur de corrections appartienne à un réseau local. Réaliser une solution entièrement mobile implique la connexion de modules GPRS à la fois au niveau du rover et de la référence. Or, l'APN de l'opérateur téléphonique attribue dynamiquement une adresse IP privée aux cartes SIM ; ces dernières n'acceptent donc aucune connexion entrante.

Deux solutions sont envisageables :

- Définir un accord avec l'opérateur GSM pour d'obtenir des adresses IP routables pour les cartes SIM intervenant dans la communication GPRS
- Effectuer une connexion GPRS de la base et des mobiles sur l'adresse IP d'un serveur Internet, qui autorisera l'échange des corrections GPS.

Les tests de la première solution aboutissent à des résultats prometteurs, les opérateurs s'intéressant au flux maximal d'informations diffusables via leur réseau.

Perspectives

Grâce à la large bande passante du GPRS, une seule station de référence peut diffuser des corrections RTK vers plusieurs mobiles, au rythme et au format choisi par l'utilisateur. Par ailleurs, les scripts de connexion Internet sont exécutables à la mise en service des modules GPRS, sans prise en charge par le firmware des récepteurs GPS. Ceci laisse présager de multiples applications innovantes :

- Accès simplifié au mode GPS-RTK (sélection d'une ligne série et du type de corrections en entrée)

- Equipement rapide de compétiteurs avec des récepteurs GPS-RTK directement fonctionnels.

- Comparaison en temps réel de la trajectoire de nombreux sportifs sans déploiement massif de capteurs.

Les modules communicants sont bien entendu utilisables dans d'autres domaines de la géomatique, à savoir la surveillance de risques naturels en temps réel, notamment les glissements de terrain, et un dialogue permanent avec des bases de données géographiques, par exemple dans le cadre du géomarketing.

Conclusion

GPS-RTK suscite un grand engouement parmi les géomètres et les chercheurs dans la mesure où il rend facultatif le post-traitement des données GPS. Cette technique impose le choix d'une liaison de communication en adéquation avec les besoins de l'utilisateur. Le service GPRS, et plus tard l'UMTS (Universal Mobile Telecommunications Systems), constitue une solution simple et flexible pour la transmission de corrections RTK. A quand l'intégration dans les récepteurs GPS d'un décompacteur de paquets TCP/IP ? ●

Contact

Hervé Gontran

Laboratoire de Topométrie (EPFL)
<http://topo.epfl.ch>
herve.gontran@epfl.ch

Bibliographie

Cisco Systems INC, 2000. GPRS White Paper, documentation technique.

Dupraz, H. - Sancho, I. - Zdravkovic, A. 1992. *La méthode GPS*, support de cours à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Javad Navigation Systems^{INC}, 2003. *GPS Receiver Interface Language (GRIL)*, manuel technique.

Pacific Crest^{INC}, 1995. *The Guide To Wireless GPS Data Links*, manuel technique.

Siemens AG, 2001. AT command set for S45 Siemens mobile phones and modems, manuel technique.

Skaloud, J., Limpach, Ph., 2003 Synergy of CP-DGPS, Accelerometry and Magnetic Sensors for Precise Trajectory in Ski Racing Proceedings de la conférence de ION GPS/GNSS Portland, USA, 9-12 septembre 2003.

Weber, G., Dettmering, D., Gebhard, H., 2003, Networked Transport of RTCM via Internet Protocol (NTRIP).

ABSTRACT

The Geodetic Engineering Laboratory of the EPFL, in collaboration with Dartfish, a specialist in video training software, leads innovative GPS projects within the framework of athletes' trajectory. This partnership allows us to create sequences of virtual reality that could, for the very first time, enable thousands of television viewers to experience the extreme sensations of downhill skiers. This article presents our latest investigations concerning the broadcast of GPS corrections and is structured around the following themes :

- Reminders of the concept of GPS-RTK.
- Standard solution to broadcast GPS-RTK corrections.
- Solutions fitted to the athletes' trajectory.
- Perspectives for future work.

Influence passée, présente et à venir de la technologie en topographie

■ Daniel WALLACE

Si l'on examine l'influence exercée par la technologie sur la topographie au cours des cinquante dernières années, on constate qu'en un laps de temps très bref, la topographie a su tirer cinq types d'avantages fondamentaux des remarquables innovations de la technologie : le gain de productivité, un meilleur contrôle de la qualité des données, une précision plus élevée des données, une plus grande simplicité d'emploi des équipements et un accroissement de leur sécurité. Le présent article récapitule les avancées technologiques les plus récentes dans le domaine des stations totales optiques, des systèmes de navigation par satellites, de la saisie de données informatisée et des logiciels de bureau de conception et de DAO (dessin assisté par ordinateur) puis précise leur influence respective sur les avantages fondamentaux précités. Il met également en lumière le fait que des capteurs et des composants de systèmes topographiques hier séparés s'interconnectent aujourd'hui pour se fondre dans des solutions topographiques complètes. L'auteur esquisse enfin ses perspectives pour l'avenir de la topographie et souligne l'évolution du rôle du géomètre induite par les développements technologiques.

■ MOTS CLES

Technologie, productivité, instruments topographiques, GPS, stations totales optiques, mesure sans réflecteur, Bluetooth, gestion des flux, enregistreurs de données, logiciel de topographie, systèmes topographiques intégrés.

L'économiste autrichien Joseph Schumpeter est connu pour ses écrits sur le pouvoir de "destruction créative" de la technologie dans lesquels il émet l'hypothèse que les nouvelles technologies rendent par essence leurs devancières obsolètes et superflues (Schumpeter, 1942). Ainsi énoncée, sa théorie peut clairement s'appliquer aux développements connus par l'industrie topographique, laquelle voit coexister deux modèles distincts. Les innovations technologiques s'accompagnent d'une part de cinq avantages fondamentaux pour les géomètres : un gain de productivité, un meilleur contrôle de la qualité des données, une précision plus élevée des données, une plus grande simplicité d'emploi des équipements et un accroissement de leur sécurité. Les développements technologiques intègrent d'autre part des capteurs et des composants de systèmes topographiques – auparavant séparés – au sein de solutions topographiques complètes. Ces développements parallèles et complémentaires respectent la théorie de la destruction créative, en ce sens que les techniques topogra-

phiques et les méthodes du passé deviennent peu à peu obsolètes et superflues, poussant les topographes actuels à explorer de nouvelles voies et à développer de nouveaux savoir-faire pour jouer pleinement leur rôle dans le monde industriel.

Passé et présent de la technologie topographique

La fin du vingtième siècle a vu se produire de nombreuses avancées technologiques majeures dans les domaines des stations totales optiques, des systèmes de navigation par satellites, de l'enregistrement informatisé des données et des logiciels de conception et de DAO. Les paragraphes suivants décrivent les avantages que les topographes du monde entier ont su tirer de ces progrès et présentent le regroupement progressif de composants épars au sein de solutions topographiques intégrées comprenant un capteur topographique, un matériel et un logiciel d'enregistrement de données, des équipements de communication des données et un logiciel de traitement et de dessin, le tout fonctionnant en parfaite symbiose.

■ Stations totales optiques

Dans les années 1970, la chaîne d'arpenteur traditionnelle a été supplantée par la mesure électromagnétique des distances, le théodolite se voyant adjoindre un distancemètre. Il s'écoula cependant peu de temps avant que les deux systèmes ne soient intégrés au sein d'un équipement unique, la station totale optique qui nous est familière aujourd'hui. Et celle-ci a connu des perfectionnements technologiques majeurs au cours des années 1990. Au tournant de cette dernière décennie, des servomoteurs sont venus équiper les stations totales, facilitant les opérations de terrain par bien des aspects. Citons par exemple le nombre de vis de blocage d'une station totale, ramené de quatre à deux ou l'élimination des butées de fin de course de ces vis, si gênantes lors des réglages fins. L'implantation quant à elle est devenue nettement plus rapide et plus aisée, en raison de l'aptitude de l'instrument asservi à pointer automatiquement vers la position correcte.

En 1990 également, un équipement robotisé a été commercialisé par Geotronics (désormais Trimble) il s'agissait alors du premier système topographique utili-



1953 : Geodimeter 1 - Durée de la mesure : 2 à 3 heures - Résultats : obtenus au bout d'une heure de calcul
Prisme requis.



2003 : Trimble DR300+ - Durée de la mesure : 3 secondes - Résultats : instantanés - Mesure sans réflecteur jusqu'à plus de 300 m

Figure 1 : cinquante ans de technologie de stations totales optiques pour un gain de productivité substantiel.

que des cimes d'arbres, des mâts d'antennes radio ou des points situés sur des routes à circulation dense. Cf. figure 1.

Bien évidemment, les nouvelles technologies se sont toutes traduites par une réduction du poids et de la consommation électrique des stations totales, mais plus important encore, les instruments topographiques optiques sont devenus plus faciles d'emploi. Une baisse des coûts s'en est suivie à son tour pour l'employeur des opérateurs, la chute de productivité supplémentaire étant par ailleurs minimisée.

■ Systèmes de navigation par satellites

Au début des années 1980, la topographie GPS (Global Positioning System) nécessitait des durées d'observation prolongées sur le terrain suivies d'un long post-traitement au retour au bureau. Toutefois, depuis lors – l'époque à laquelle le GPS, bien que plus précis que les méthodes conventionnelles, n'était envisageable que pour l'établissement de canevas – les progrès technologiques accomplis ont considérablement réduit les temps de mesure et les données finales sont désormais délivrées sous forme de cartes, de procès-verbaux de délimitation ou de rapports. L'avancée la plus significative des années 1990 du point de vue de la technologie GPS a été la topographie RTK (real-time kinematic, cinématique en temps réel), laquelle a permis un gain de productivité considérable. Grâce au RTK, les topographes peuvent obtenir une précision centimétrique sur le terrain en s'affranchissant de tout post-traitement des données à l'issue du lever (le post-traitement reste cependant une technique utile dans le cas de levers de contrôle, de perte ou d'absence de liaison radio). Disposant dorénavant de moyens étendus pour contrôler la qualité de leurs mesures en temps réel, les géomètres ont de moins en moins de reprises à effectuer sur le terrain (correction d'erreurs commises), de sorte que le GPS est devenu un outil précieux, non seulement pour la mise en place de réseaux, mais également pour des applications cartographiques, les SIG (systèmes d'information géographique) de haute précision ou l'im-

sable par une personne seule. Ce système permettait aux géomètres d'exercer un contrôle total sur leur instrument comme sur l'enregistrement de données depuis la canne porte prisme. Et comme un topographe expérimenté l'affirmait : *"C'est bien la première fois que je peux contrôler les deux extrémités du ruban !"* Comprenant un instrument topographique, une liaison de données entre ce dernier et la canne, un logiciel d'application et un enregistreur de données comme interface avec le système robotisé, les équipements topographiques robotisés constituent un parfait exemple de regroupement de composants divers au sein d'une solution topographique intégrée.

Durant les années 1990, d'autres technologies telles que la fonction Tracklight® (Trimble), la technologie à prisme actif et la mesure de distance sans réflecteur ont encore accru la productivité et la facilité d'emploi des stations tout en contribuant à augmenter la sécurité du géomètre. Ce système a introduit l'utili-

sation de lumières de couleur, la cadence de clignotement aidant le porte-prisme à se diriger vers le point à implanter.

Dans le cas du prisme actif, un signal infrarouge est transmis à l'instrument, de façon que celui-ci puisse suivre les déplacements du réflecteur, même à vitesse élevée. Cette technologie augmente non seulement la productivité en raison du suivi continu du prisme par l'instrument – ce qui raccourcit par ailleurs le temps de mise au point et de réglage fin – mais réduit également les erreurs imputables aux mesures effectuées sur des surfaces réfléchissantes autres que le prisme, par exemple des plaques d'immatriculation de véhicules ou des panneaux de signalisation. La technologie sans réflecteur, permet aux topographes de s'affranchir de tout prisme pour la mesure de distance, d'où un gain de productivité et une sécurité accrue. Les géomètres peuvent recourir à la technologie sans réflecteur pour mesurer sans risque vers des points d'accès impossible ou dangereux, tels



Années 1990 : système GPS Trimble 4000SST Poids : plus de 20 kg (yak exclu !) - Capacité mémoire : 6h de données (LI/L2) Consommation électrique : 10 W - Câbles : nombreux - Technique de lever : post-traitement seul



2003 : système GPS Trimble 5800 - Poids : 1,21 kg - Capacité mémoire : > 3000h de données (LI/L2) Consommation électrique : < 2,5 W - Câbles : aucun - Technique de lever : RTK pour des positions instantanées de précision centimétrique (post-traitement disponible)

Figure 2 : les systèmes GPS sont désormais plus légers, plus faciles à mettre en œuvre et à utiliser et plus productifs.

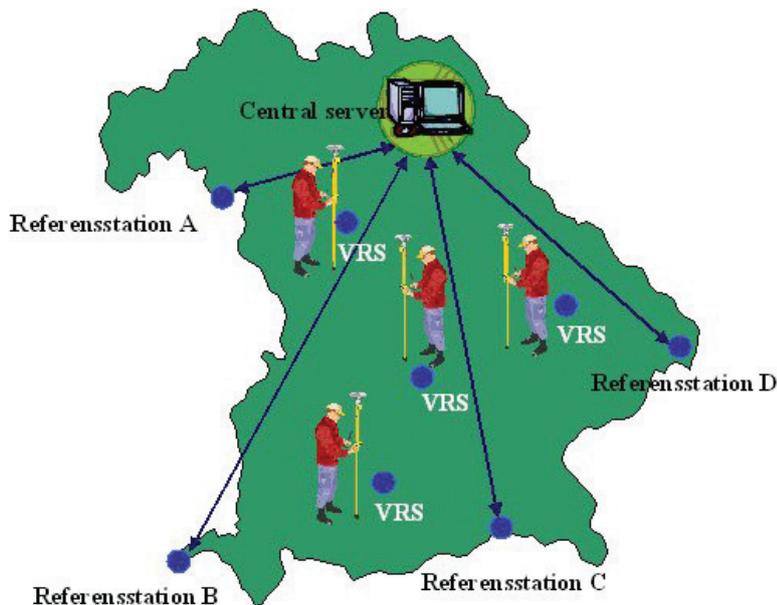


Figure 3 : les stations de référence permanentes d'un réseau VRS permettent de travailler en disposant uniquement d'un mobile.

plantation en génie civil. Le RTK constitue par ailleurs un autre exemple de système topographique intégré puisqu'il requiert une liaison de données en temps réel et un logiciel de terrain pour les différentes applications possibles. Les systèmes GPS actuels sont bien plus simples d'emploi que leurs prédécesseurs.

Exemple : Un système GPS dépourvu de tout câble ne pèse que 1,21 kg (batterie interne, radio interne et antenne UHF standard comprises) et peut capter des corrections RTK transmises par un téléphone cellulaire via la technologie Bluetooth. Aujourd'hui, une journée de travail sur le terrain n'est plus rythmée par les accrochages de câbles incessants aux poteaux des clôtures et ne nécessite plus le transport d'équipements lourds des heures durant. Cf. figure 2.

Un progrès d'importance a récemment été accompli dans la technologie GPS, à savoir la mise en place d'infrastructures de réseaux de stations de référence dont la station de référence virtuelle (Virtual Reference Station, VRS de Trimble) constitue un exemple. Il suffit désormais aux géomètres de se connecter à un réseau à partir d'un mobile, plus aucune station de base n'étant à mettre en place (cf. figure 3). Outre le confort de travail apporté par un tel réseau, l'absence de station de base réduit considérablement les coûts. Ainsi, les fonds normalement investis

dans l'acquisition d'une station de base peuvent-ils être utilisés par l'entreprise pour se doter de mobiles supplémentaires et étendre la gamme des services qu'elle propose.

■ Saisie de données

Jusqu'à une date étonnamment récente, l'enregistrement des observations topographiques et les calculs de terrain s'effectuaient manuellement, au moyen d'un papier et d'un crayon ou de tables de logarithmes et de règles à calcul. En dépit de tentatives d'automatisation lancées dès les années 1970 (exemple : la perforatrice de bandes de Geodimeter, destinée au stockage de données de stations totales), il fallut patienter jusqu'aux

années 1990 pour que les systèmes de saisie informatisée des données parviennent à un degré de maturité tel que la communauté des topographes fasse preuve d'une confiance suffisante pour les adopter. Les premiers modèles de Hewlett-Packard, des calculateurs à affichage monoligne, furent très populaires, puis vinrent des écrans multilignes adossés à une puissance de calcul supérieure. Aujourd'hui, la technologie des ordinateurs portables propose une puissance équivalente à celle de leur ordinateur de bureau aux topographes évoluant sur le terrain. Elle met par ailleurs un matériel hautement performant à leur disposition, permettant l'exécution de fonctions topographiques avancées telles que la compensation de réseau ou l'implantation de profils routiers complexes, le tout en parfaite interaction avec des capteurs topographiques de terrain via une interface graphique couleur.

Parallèlement à l'évolution des plateformes matérielles, les logiciels de saisie de données ont eux également connu des avancées technologiques considérables, à tel point que les options des logiciels de terrain actuels sont d'une puissance incroyable tout en sachant rester faciles d'emploi. Bon nombre de calculs topographiques autrefois effectués au bureau sont désormais réalisés sur le terrain grâce à une puissance de calcul accrue et à des logiciels d'application plus performants. Cf. figure 4.

Par ailleurs, les plateformes matérielles sont fréquemment basées sur le système d'exploitation Microsoft Windows CE, ■■■



2003 : contrôleur Trimble ACU - Mémoire : extension possible - Vitesse de calcul : traitement en millisecondes Affichage : couleur, écran tactile lisible en rayonnement solaire direct, résolution de 320 0 240 pixels

1981 : Geodimeter Geodat 126 (HP 41CX) Mémoire : limitée - Vitesse de calcul : temps de traitement de 10s Affichage : monoligne et monochrome

Figure 4 : le matériel et les logiciels de saisie de données sont désormais plus faciles d'emploi et bien plus rapides.



Figure 5 : des unités de saisie de données dotées d'écrans tactiles en couleurs de grande dimension permettent l'exécution de logiciels de saisie de données basés sur la carte.

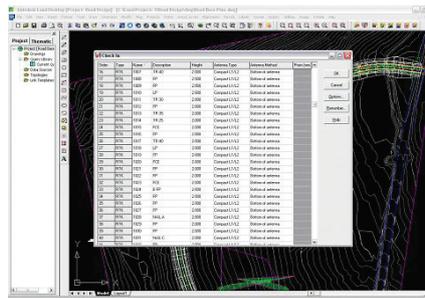


Figure 6 : Les outils de contrôle de la qualité sont au cœur même de Trimble Link, ici incorporé au sein du logiciel Autodesk Land Desktop. Communications de données

■ ■ ■ lequel fournit des outils d'accès à Internet depuis le terrain de même que la capacité à intégrer un large éventail d'applicatifs dont des interfaces avec une multitude de types de capteurs. Les topographes peuvent ainsi se concentrer sur une seule application logicielle "standard", réduisant les exigences au niveau de la formation et accroissant leur productivité. Comme l'a résumé un géomètre : *"l'un des principaux avantages des outils intégrés réside dans le fait qu'un même contrôleur puisse être utilisé avec l'équipement RTK, puis, cinq minutes plus tard, avec une station totale... nous déconnectons un enregistreur de données du GPS pour aller le reconnecter à la station totale. C'est la clé du système : travailler avec le même fichier, le même enregistreur de données et sous les ordres du même chef d'équipe ; notre productivité s'en trouve considérablement accrue puisqu'il devient inutile de recourir à deux équipes séparées entre lesquelles devaient s'opérer des allers et retours répétés."* Les interfaces graphiques en couleur équipant désormais les plateformes matérielles offrent une richesse de données de terrain aux topographes telle qu'ils n'en avaient encore jamais connue. Les cartes peuvent ainsi être présentées en couleurs vives sur l'écran et de leur combinaison avec un écran tactile résulte une exceptionnelle simplicité d'utilisation. Cf. figure 5.

Les possibilités de connexion à Internet offertes par le système d'exploitation Windows CE présentent plusieurs avantages de premier ordre sur le terrain. Les topographes sont d'abord en mesure de transmettre des données au bureau par la messagerie électronique aux fins de contrôles de qualité éten-

us, d'où une meilleure assurance de la qualité et une réduction des besoins en reprises éventuelles. Les géomètres peuvent ensuite accéder à des fichiers sur le site Internet de leur entreprise – par exemple des points d'appui, des fichiers de géoïde, des cartes d'arrière-plan ou des codes d'identification – réduisant ainsi les temps d'immobilisation. Et enfin, des équipes évoluant sur des sites différents sont désormais en état de communiquer entre elles. Si une équipe a par exemple omis de charger un fichier de calibration de site sur son enregistreur de données, il peut lui être transmis via la messagerie électronique en l'espace de quelques minutes. Le matériel et les logiciels de saisie de données sont au cœur même d'un système de topographie intégrée et les avancées technologiques réalisées dans ces deux domaines ont eu des retombées immédiates au niveau des avantages fondamentaux que sont le gain de productivité, un meilleur contrôle de la qualité des données et une plus grande facilité d'emploi.

■ Logiciels de bureau de conception et de DAO

Les logiciels de bureau n'échappent pas à la tendance à l'intégration croissante des systèmes puisque certains des développements technologiques porteurs des gains de productivité les plus élevés proviennent du domaine des logiciels de DAO (dessin assisté par ordinateur) et de conception. Les applications logicielles innovantes dorénavant offertes convertissent des mesures topographiques brutes en représentations numériques du monde réel. En recréant le monde dans lequel nous

aux topographes et aux ingénieurs de prendre des décisions touchant à la gestion foncière, générant ainsi des gains de productivité et améliorant le contrôle de la qualité des données. Exemple : les techniques de visualisation et de test numérique fournissent à présent des outils permettant de tester un pont préalablement à sa construction ou de parcourir une route avant que le premier coup de pioche ait été donné.

Les nouveaux logiciels de bureau accroissent également la productivité grâce au traitement de codes d'identification. En fait, l'affectation de tels codes aux points lors de leur lever puis leur traitement par des logiciels de bureau permet aux géomètres d'obtenir deux avantages fondamentaux, à savoir un surcroît de productivité et une meilleure qualité de données. Les codes d'identification automatisent d'une part l'établissement de cartes et de plans – opération manuelle grande consommatrice de temps jusqu'alors – et constituent d'autre part une aide à la détection d'erreurs. Si une route à trafic dense est par exemple traversée par une clôture, un topographe saura immédiatement qu'une erreur s'est produite.

Le développement des logiciels de bureau a également eu pour objectif de rendre les systèmes topographiques plus faciles d'emploi en simplifiant les flux de données entre les systèmes de terrain et de bureau. Des logiciels de transferts permettent par exemple un échange de données fluide entre les systèmes topographiques de terrain et un large éventail de logiciels de : conception de bureau (cf. figure 6). Incorporé au logiciel de bureau par le développeur ils transfèrent directement toutes les données vers et depuis le logiciel de bureau comme s'il s'agissait d'un composant effectif du logiciel. Pour les topographes, cette technologie est synonyme de possibilités d'utilisation accrues du logiciel, d'une simplification de la gestion des flux et de la réduction des pertes de données survenant lors des conversions de données. Les systèmes GPS RTK et les stations totales robotisées nécessitent de recourir à des communications de données sans fil en temps réel entre une "base" et un "mobile". Les modems radio – d'abord externes puis progressivement intégrés aux capteurs topographiques – restent



Figure 7 : un mobile sans câble doté de plusieurs connexions Bluetooth : le récepteur GPS Trimble 5800, l'enregistreur de données Trimble ACU et le téléphone cellulaire.

aux capteurs topographiques – restent largement employés aujourd'hui. Toutefois et depuis quelques années à peine, la technologie cellulaire représente une solution meilleur marché et plus légère pour les communications de données GPS. Bien entendu, le modem (téléphone) cellulaire reste utilisable pour les communications vocales normales.

L'évolution la plus récente en matière de communication au sein même d'un système topographique est la technologie sans fil Bluetooth. Il ne s'agit pas uniquement d'une solution radio puisque des périphériques dotés de la technologie Bluetooth peuvent se détecter mutuellement et établir une communication sans intervention de l'utilisateur. Ce processus n'est l'affaire que de quelques secondes, après quoi le transfert de données peut s'effectuer à très grande vitesse, sans que le moindre câble soit nécessaire. Il en résulte que la technologie Bluetooth est extrêmement simple d'emploi. Le système GPS Trimble (5 800) constitue un exemple d'équipement Bluetooth puisque le capteur GPS comme l'enregistreur de données sont pourvus de cette technologie. Ainsi, l'utilisation de Bluetooth signifie ici un allègement du mobile et l'élimination des désagréments liés aux câbles. Cf. figure 7.

Les technologies topographiques du futur

Compte tenu de l'état actuel de développement des technologies topographiques, l'auteur estime que les sec-

teurs clés de leur évolution se situeront au niveau des communications, des systèmes de navigation par satellites, des technologies émergentes, de l'intégration des données et d'une intégration plus poussée des SIG.

Les communications sans fil arrivant à maturité, les transmissions à courte et à longue portée gagneront en importance pour les systèmes topographiques. L'usage de Bluetooth devrait tendre à se généraliser pour les transferts de données sans fil à courte portée (par exemple entre un récepteur GPS et un enregistreur de données). La communication sans fil par téléphones cellulaires devrait en revanche jouer un rôle accru dans le cadre de transferts de données à longue portée (par exemple entre une station de base GPS et un mobile). De plus, les opérateurs de réseaux GPRS (general packet radio service) améliorant leur couverture et leur largeur de bande, cette solution rentable de transmission de données sans fil devrait permettre à un nombre plus grand encore de topographes de tirer profit de communications sans fil à longue portée.

Comme évoqué précédemment, les infrastructures de réseaux de stations de référence telles que le système VRS™ (virtual reference station, station de référence virtuelle) de Trimble sont riches de promesses pour les géomètres (cf. figure 8). La disponibilité croissante de systèmes VRS au cours des prochaines années permettra aux topographes de se rendre sur le terrain à bord de leur véhicule, de mettre leur mobile GPS sous tension une fois parvenu à destination, puis d'obtenir instantanément des positions de précision centimétrique, rendant ainsi superflu l'établissement d'une station de base GPS sur le site. Il s'agit ici d'un exemple éclatant de destruction créative.

La modernisation du GPS et la mise en place du nouveau système européen de navigation par satellites (Galileo) seront sources d'avantages considérables pour les utilisateurs de systèmes de navigation par satellites. La modernisation du GPS induira de nouveaux codes L2C (prévus pour la fin de l'année 2004), suivis par l'introduction d'une troisième fréquence baptisée L5. Bien que les avantages inhé-

rents à chacune de ces étapes de modernisation ne soient pas détaillés ici, on estime que l'intensité des signaux captés sera renforcée, que la résolution des ambiguïtés en RTK sera plus rapide et que la disponibilité des satellites sera accrue. En fait, chacune des étapes contribuera à affermir un peu plus la suprématie des systèmes de navigation par satellites dans le futur.

De nouvelles techniques topographiques seront également susceptibles d'exercer une influence significative sur les géomètres de demain. Certaines d'entre elles sont déjà présentes aujourd'hui, dans des niches du marché, telles que le balayage laser ou les systèmes de navigation inertielle (Inertial Navigation Systems, INS). Chacune de ces technologies possède ses propres avantages, mais leur développement respectif n'en étant qu'à ses prémices, il est difficile pour l'heure d'évaluer leur influence future. L'intégration de données constitue également un domaine dans lequel des progrès sont à escompter. Pour prendre un exemple, LandXML est un format de données élaboré par un groupe d'acteurs majeurs des marchés de la topographie et du génie civil. L'objectif consiste à établir un standard s'appliquant à l'ensemble des données liées au terrain, mesures topographiques comprises, gage d'efficacité et de simplicité pour le transfert de données de qualité entre logiciels développés par des entreprises différentes. L'idée force à la base de cette initiative consiste à permettre aux géomètres de sélectionner le logiciel satisfaisant au plus près à leurs besoins sans avoir à exécuter des conversions de données complexes ni risquer des pertes d'informations. LandXML a déjà été adopté par l'institut géographique néo-

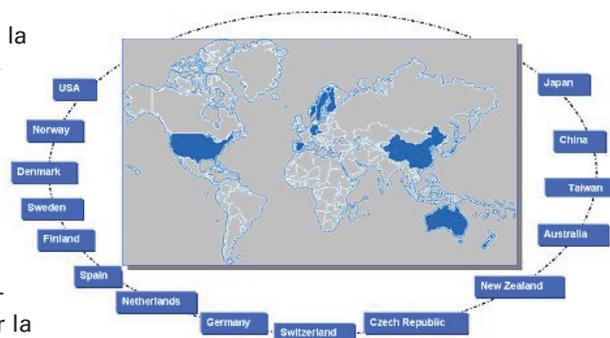


Figure 8 : installations VRS actuelles dans le monde (mi 2003).

■ ■ ■ zélandais (Land Information New Zealand, LINZ) comme format de données imposé aux topographes pour les données de lever transmises aux pouvoirs publics. D'autres services topographiques de la région Asie - Pacifique étudient également la possibilité de recourir à LandXML.

Le cyberspace, l'un des thèmes de la conférence du SEASC (South-East Asian Survey Congress, congrès des topographes du sud-est asiatique), sera au cœur des technologies topographiques de demain. Comme évoqué précédemment, l'utilisation d'Internet entraînera une meilleure transmission de données sur le terrain en permettant l'accès à d'autres sources de données et la communication avec d'autres équipes. Combiné à une présence renforcée de la technologie cellulaire sans fil et à l'accès à de multiples services et applications, le travail en ligne peut se révéler riche de possibilités pour la topographie. De telles perspectives sont toutefois tributaires des infrastructures de téléphonie cellulaire disponibles.

L'intégration des SIG sera également plus poussée à l'avenir. Des constructeurs de SIG développent une nouvelle technologie proposant pour la toute première fois une interface permettant d'incorporer des mesures de haute précision à un SIG existant. Le problème que ces développeurs s'attachent à résoudre est le suivant : bon nombre de SIG intègrent des données attributaires spatiales en quantité suffisante mais la précision spatiale associée est de faible qualité, ce qui limite alors le champ d'utilisation des données pour l'aide à la décision. Prenons un exemple : contraint d'étendre le réseau de canalisations existantes, le gestionnaire du réseau d'assainissement d'une grande ville dispose d'informations excellentes (provenant de son SIG) concernant l'état des conduites, leur capacité, les débits actuels mais la précision des altitudes lui fait défaut, alors que cette donnée est essentielle pour déterminer la direction d'écoulement des eaux au sein du réseau.

Des constructeurs apportent leurs soutiens aux initiatives lancées par les développeurs de SIG pour fournir les outils de "mise à niveau" de la précision spatiale des SIG existants. (par exemple l'extension/Trimble Survey Extension destinée à Survey Analyst (ESRI) est disponible gra-

tuitement sur le site Internet de Trimble).

Le rôle du topographe de demain

L'ensemble des technologies évoquées dans le présent article convergent vers une intégration de plus en plus poussée des systèmes permettant à toutes les parties prenantes d'un même projet d'accéder en temps réel aux données relatives à leur domaine de compétence. Cependant, pour que chacun des intervenants puisse avoir accès aux données spatiales complexes d'un projet, une infrastructure sous-jacente doit fournir un réseau géodésique de base, des jeux de données homogénéisés, garantir l'intégration des données saisies sur le terrain dans les systèmes de bureau via des réseaux sans fil et assurer un contrôle de qualité. Une occasion unique se profile par conséquent pour les topographes pour peu qu'ils veuillent bien assumer la gestion des flux de données des projets, de leur conception à leur réalisation. Depuis son bureau, un géomètre pourrait par exemple accéder aux dernières données topographiques transmises par ses équipes de terrain puis envoyer les données révisées aux personnes concernées dès qu'elles sont disponibles. De la sorte, le géomètre travaillerait en parallèle aux équipes de terrain, au lieu d'avoir à attendre leur retour au bureau pour travailler sur le projet. Le rôle du géomètre de demain consistera donc à gérer les données spatiales du "cyberchantier", autrement dit, à veiller à la parfaite fluidité du transfert de données (sans fil) entre le terrain et le bureau, de la conception jusqu'à la réalisation d'un projet.

Conclusion

Le marché topographique peut tirer avantage d'une technologie si celle-ci est synonyme de progrès dans l'un au moins des cinq domaines fondamentaux que sont le gain de productivité, un meilleur contrôle de la qualité des données, un surcroît de précision et de fiabilité des données, une simplification dans l'emploi d'un système topographique et une amélioration de la sécurité des géomètres. Cet article a présenté certains des cas dans lesquels la technologie a exercé une influence particulièrement positive sur l'industrie topographique. Et l'auteur de ces lignes estime enfin que si la destruction créative inhérente aux

avancées technologiques mentionnées et à d'autres qui leur feront suite peut provoquer des remises en question, la clé de la réussite pour les professionnels de la topographie résidera dans l'endossement de nouveaux rôles sans regretter la perte de ceux que la marche du progrès fait disparaître. ●

Bibliographie

Schumpeter, Joseph A. (1942), Capitalism, Socialism, and Democracy, Harper and Brothers, New York. **Smith, J.-R. (1997),** The History of Geodimeter, Trimble AB, Suède.

Contact

Daniel WALLACE

Division de la géomatique et du génie civil, Trimble

Téléphone : +1 (720) 8874347,

télécopie : +1 (720) 8876101 Courriel :

Daniel_Wallace@trimble.com

Marikki KOSCHMIEDER

Trimble

+4961422100-204

Marikki_Koschmieder@trimble.com

ABSTRACT

If one examines the impact of technology on surveying over the past fifty years, one will discover that in a very short time, remarkable technological innovations have benefited surveying in five fundamental ways: increased productivity, greater quality control of data, improved accuracy of data, greater ease of use of surveying systems, and improved safety. This paper provides an overview of recent advancements in surveying technology on optical total stations, satellite navigation systems, electronic data collection, and design and CAD (computer aided drafting) office software, as well as the impact these advancements have had via the five fundamental benefits presented above. It also illustrates how the separate surveying sensors and components of yesterday are now integrating to become complete surveying systems. Finally, the paper outlines the author's predictions for the future of surveying and how technology is changing the role of tomorrow's surveyor.

Le contrôle des instruments géodésiques

■ **Rudolf STAIGER** (version française : Olivier Reis)

Une des missions primordiales de l'ingénieur géomètre consiste à déterminer des points dans un système de référence à une, deux ou trois dimensions. Il recourt pour cela à une large gamme d'instruments dont les principaux sont les niveaux numériques, les tachéomètres électroniques, les chambres métriques numériques et les récepteurs GPS.

En mettant en œuvre ces technologies modernes, le professionnel de la topographie se mue en utilisateur d'un système de mesure complexe intégrant des composants mécaniques, optiques et électroniques, et présentant les caractéristiques suivantes :

- La productivité des systèmes de mesure géodésiques s'est considérablement accrue au cours des 20 dernières années.
- L'automatisation croissante relègue peu à peu le savoir-faire, autrement dit l'"art de la mesure" au second plan, tandis que l'élaboration de canevas de mesure et la gestion de données ne cessent de gagner en importance.
- L'utilisateur ne dispose plus des valeurs de mesure originales. Un ensemble de correction est appliqué en interne à ces dernières avant même leur présentation sur l'affichage, les valeurs de correction provenant d'étalonnages effectués par le fabricant ou ayant été préalablement définies par l'opérateur.
- La rapidité des mesures, leur résolution élevée et la grande reproductibilité des instruments actuels incitent très fortement l'opérateur à estimer que ses résultats sont "corrects".
- Il n'existe pas de module de contrôle apte à exécuter une procédure de tests rapide et sûre de l'équipement et des résultats de mesure sur le terrain.

Cumulées, ces différentes raisons conduisent fréquemment à une totale absence de transparence en pratique. En effet, l'opérateur lance la mesure en pressant un bouton et le résultat est affiché ou stocké en mémoire, tandis que les processus internes à l'instrument restent parfaitement opaques pour l'utilisateur.

Le contrôle régulier et minutieux des instruments de mesure a toujours été au cœur des préoccupations des profession-

nels de la topographie, et il n'est pas apparu soudainement lors de l'introduction des systèmes d'assurance qualité dont le plus connu fait partie de la famille des normes ISO 9000. Les systèmes d'assurance de la qualité se limitent toutefois à la documentation et à la traçabilité au sein d'un processus de fabrication ou de service, de sorte que c'est finalement l'ingénieur géomètre chargé de leur exécution qui assume la responsabilité de la conception technique et du bon déroulement des mesures de contrôle.

Il va être tenté, dans la suite, de brosser un portrait fidèle de l'état actuel des techniques de contrôle des systèmes de mesure géodésiques (en particulier des tachéomètres électroniques), bien des éléments étant du reste transposables à d'autres systèmes de mesure. Une méthode de contrôle bien adaptée à la pratique, scindée en plusieurs étapes, sera enfin proposée.

Evolution des instruments géodésiques au cours des quinze dernières années

C'est en 1988 que démarra la commercialisation des premiers systèmes GPS destinés aux travaux topographiques courants. Leurs fabricants proclamèrent ouvertement la fin de la "topographie terrestre" et dépeignirent les instruments de nivellement et les tachéomètres électroniques comme des outils technologiques dépassés (ou obsolètes).

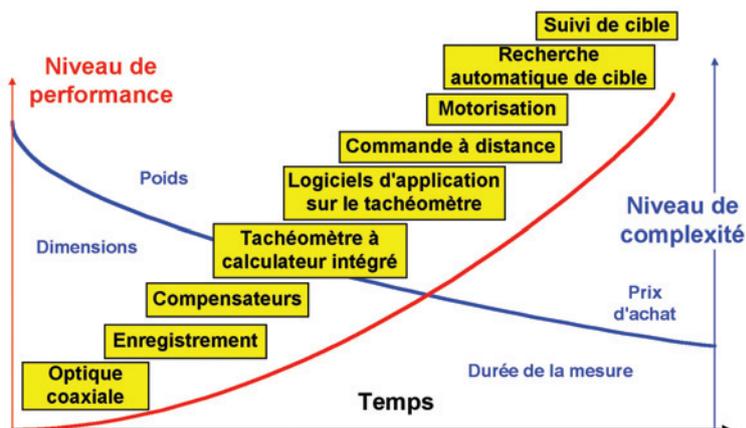


Figure 1 : Evolution technique des tachéomètres depuis 1980

■ ■ ■ En dépit (ou peut-être en raison ?) de ce pronostic pessimiste, des progrès notables ont été accomplis depuis dans le domaine des systèmes de mesure terrestres :

- En 1990, Leica a présenté le premier niveau compensateur à saisie et exploitation électronique de l'image et l'a baptisé niveau numérique. Aujourd'hui, outre Leica, Sokkia, Topcon et Trimble (Zeiss) proposent également des niveaux numériques dans leurs gammes de niveaux de précision ou de niveaux d'ingénieur.
- Les tachéomètres électroniques (simplement appelés tachéomètres dans la suite) sont désormais dotés d'un large éventail de fonctions schématiquement représentées sur la figure 1. Ces développements présentent de l'intérêt à plusieurs titres : la résolution de problèmes connus et existants est plus rapide et plus simple et de nouvelles tâches (telles que la saisie d'objets en mouvement) peuvent dorénavant être accomplies, des travaux financièrement inabornables jusqu'alors (tels que des mesures de surveillance permanentes) devenant par ailleurs possibles grâce à l'automatisation des instruments.

Au début des années 90 du siècle précédent, les systèmes GPS étaient encore commercialisés comme des substituts des tachéomètres. Cette vision n'a plus cours aujourd'hui puisqu'on considère à présent que les deux techniques (tachéométrie et GPS) se complètent avantageusement. Elles sont du reste mise en œuvre en conséquence.

■ La situation du marché

Une forte concentration s'est opérée sur le marché au cours des quinze dernières années puisque ses trois acteurs majeurs (Leica, Topcon et Trimble) totalisent à eux seuls plus des deux tiers du chiffre d'affaires global de la vente d'instruments sur les marchés industriels principaux que sont l'Europe, l'Amérique du Nord et l'Extrême-Orient.

Toutes les entreprises proposent aujourd'hui des équipements de mesure de grande qualité (cf. Evolution des précisions de mesure) garantissant une productivité élevée ; en d'autres termes, ils permettent d'effectuer des mesures précises en très peu de temps, quelques secondes à peine, sans disposer d'un savoir-faire étendu, condition auparavant requise par les instruments. En outre, les systèmes de mesure sont actuellement proposés à un prix très abordable et n'entraînent que de faibles surcoûts pour la maintenance ou la formation. Leur durée d'utilisation s'est cependant réduite – conséquence de la durée de vie limitée des composants électroniques – pour s'établir dans une fourchette allant de dix à quinze ans.

Les cycles de vie des produits, autrement dit les périodes durant lesquelles un type d'instrument donné est proposé sur le marché, se sont très fortement contractés. Une comparaison, en guise d'exemple : aujourd'hui, les tachéomètres sont remplacés par un nouveau modèle au bout de trois à cinq ans au plus, alors que le théodolite de précision T2 de Wild a été fabriqué et commercialisé entre 1929 et 1996 tout en n'étant modernisé qu'à deux reprises dans l'intervalle. Les cycles de vie des produits sont souvent trop courts pour l'utilisateur -

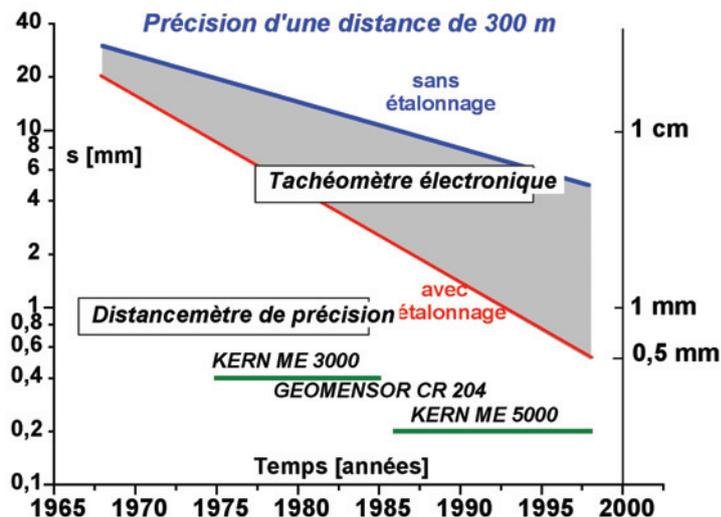


Figure 2 : Précision de mesure atteignable (angulaire et linéaire) sur la distance représentative de 300 m

aucune intervention n'est nécessaire au niveau logiciel (une extension de l'applicatif, par exemple) – qui est ainsi contraint de se familiariser avec une nouvelle interface utilisateur à chaque acquisition d'un nouveau modèle.

■ Evolution des précisions de mesure

La précision de mesure altimétrique qui peut être atteinte au moyen d'instruments de nivellement n'a guère varié au cours des dernières décennies. Les niveaux numériques ont permis de gagner en vitesse d'exécution et en simplicité d'emploi, pas en précision. Un écart-type de 0,3 à 0,4 mm par kilomètre de nivellement double peut être donné à titre indicatif. La même réflexion s'applique aux mesures angulaires dont la précision ne s'est pas non plus accrue (cf. figure 2).

Les précisions qui peuvent être atteintes pour la mesure électronique de distances sont présentées sur la figure 2 pour une longueur type de 300 m. Les fabricants d'instruments disposent à présent de technologies permettant d'envisager un nouvel accroissement de précision. La mise en œuvre de tels instruments de précision ne pourra toutefois se révéler judicieuse que lorsque de nouvelles méthodes affinées permettant une détermination nettement plus précise de l'indice de réfraction de l'atmosphère seront devenues réalité.

■ Les pratiques actuelles en matière de mesure et de contrôle

Aujourd'hui, la majorité des mesures est effectuée sans la redondance nécessaire au contrôle et à l'accroissement de la précision, et l'utilisateur suppose - en raison entre autres de la rapidité et de la simplicité du processus de mesure - que les résultats sont exempts de toute erreur et d'écart systématique de mesure.

Les contrôles instrumentaux actuels consistent souvent en une simple répétition du processus de mesure. Ainsi, dans le

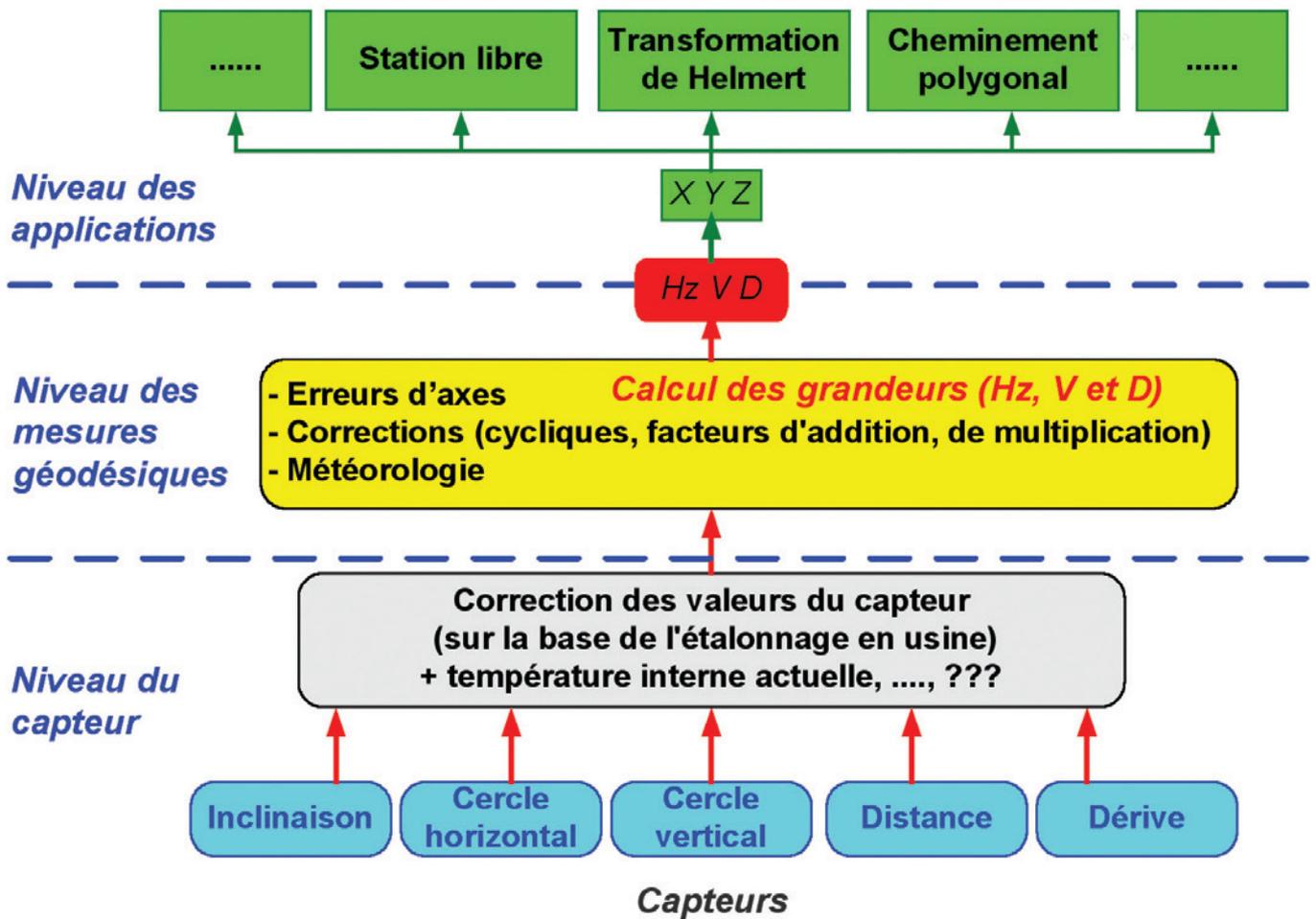


Figure 3 : Niveaux d'utilisation du tachéomètre

cas concret des distances, la mesure est déclenchée à plusieurs reprises et les écarts enregistrés entre les différentes valeurs sont interprétés à tort comme des indicateurs de précision (cf. Indications relatives aux incertitudes de mesure).

Valeurs de mesure et de correction

■ Résultats de mesure

Actuellement, l'utilisateur n'a plus accès aux valeurs de mesure brutes que sont les directions horizontales, les dénivelées ou les distances en pente non corrigées. Ces valeurs sont corrigées au préalable des influences géométriques et physiques par l'intermédiaire des grandeurs stockées dans l'instrument. Le niveau du capteur échappe donc totalement à l'utilisateur (figure 3). Le niveau des corrections géodésiques n'est quant à lui accessible et modifiable que de façon très restreinte dans le cas d'instruments de bas à milieu de gamme.

Sur tous les instruments, il est possible d'introduire la correction d'addition (distances) ou de zéro (cercle horizontal) (figure 4). L'erreur de collimation horizontale est soit directement introduite, soit déduite à l'issue des mesures effectuées dans les deux positions de la lunette. En revanche, la correction de l'erreur de tourillonnement n'est que partiellement accessible (lecture seule) ou modifiable (lecture et écriture).

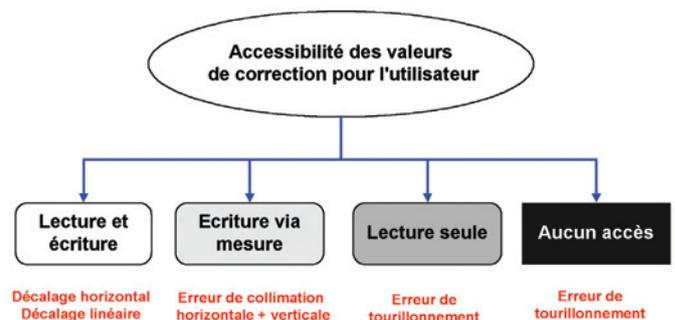


Figure 4 : Accessibilité des valeurs de correction

■ Systèmes de mesure

Un système de mesure ne se limite pas à l'instrument de mesure proprement dit et à ses accessoires, il intègre l'ensemble des composants intervenant dans le processus de mesure. Outre l'équipement de mesure complet et l'objet à mesurer, ce système englobe l'observateur, la méthode de mesure et de calcul ainsi que les conditions ambiantes de la mesure regroupant les diverses influences physiques s'exerçant sur elle (température, pression, rayonnement solaire, etc.) (figure 5).

Tous les composants contribuent à la détermination de la valeur mesurée, ce qui signifie également que chaque élément

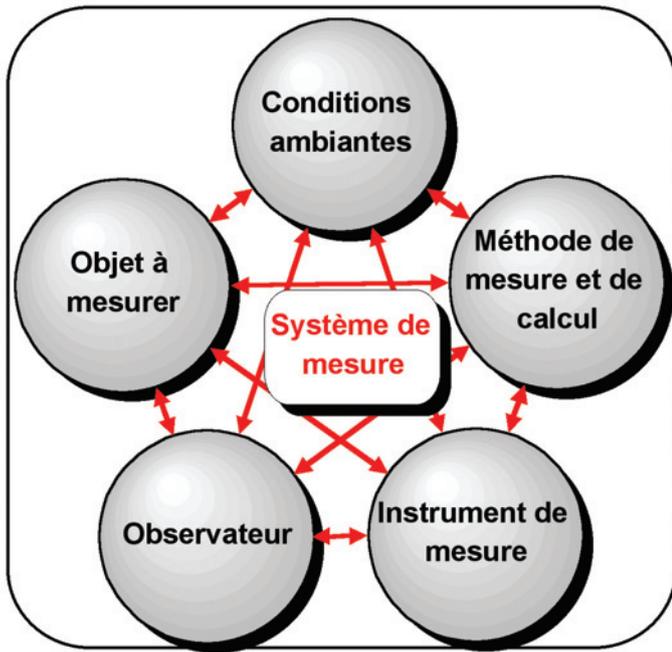


Figure 5 : Composants du système de mesure

peut fausser le résultat. Il n'est possible d'obtenir des résultats précis et corrects qu'à condition de connaître l'influence réciproque des différents composants, pour sa prise en compte dans la modélisation du processus d'acquisition puis d'exploitation de la valeur mesurée.

Les sources d'erreurs possibles sont schématiquement récapitulées au sein d'un modèle en couches successives établi pour le cas spécifique du tachéomètre.

Facteurs à même d'influer sur des mesures géodésiques

Les influences possibles peuvent être sommairement subdivisées en trois catégories : les influences instrumentales, celles commises par l'opérateur et les autres facteurs à caractère physique.

Influences instrumentales

Les instruments actuels sont tous des systèmes multicapteurs, c'est à dire que la valeur mesurée affichée est déduite des résultats fournis par les différents capteurs (balayage des cercles horizontaux et verticaux, inclinaison, dérive, mesure

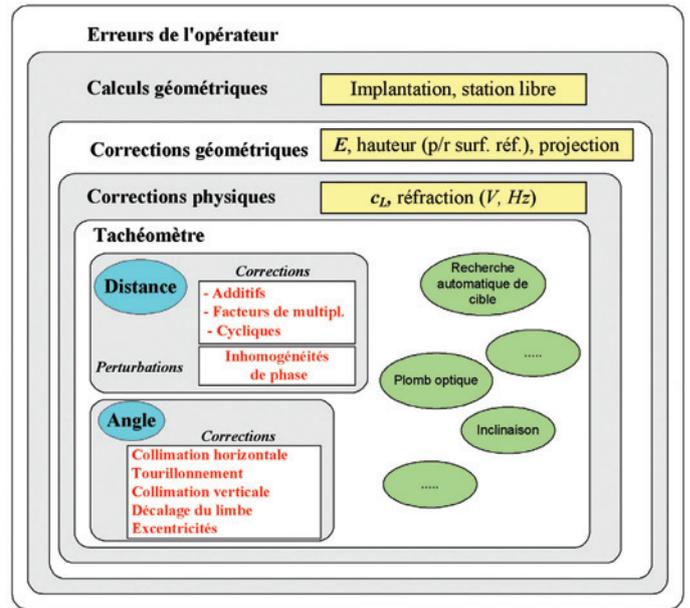


Figure 6 : Modèle en couches successives des facteurs d'influence possibles (tachéomètre)

de distance, heure, température, etc.). Les erreurs systématiques et aléatoires dont les différents résultats partiels sont entachés se répercutent sur le résultat final (direction horizontale H_z , angle vertical V et distance inclinée s'). Aujourd'hui, de nombreux utilisateurs travaillent directement en "coordonnées". Dans ce cas, il est légitime de considérer comme des erreurs instrumentales les erreurs (bogues) que le logiciel géodésique (station libre, implantation, transformation de coordonnées, calcul de surfaces, etc.) utilisé sur le terrain peut comporter.

Influences exercées par l'opérateur

Le centrage et le calage de l'instrument de mesure ne sont réalisés qu'une seule fois en un point de station donné. Par conséquent, les écarts aléatoires qui y sont attachés exercent ensuite une influence systématique sur toutes les observations effectuées depuis cette station.

L'importance de l'observateur (en tant que source potentielle d'erreurs de mesure) décroît à mesure que l'automatisation s'accroît. Le tableau 1 répertorie les influences que l'opérateur

Tableau 1 : Influences exercées par l'observateur sur les résultats des mesures

Niveau de sophistication de l'instrument	Mise en station	Pointé	Lecture	Tenue du carnet de terrain
Tachéomètre (théodolite) opto-mécanique	●	●	●	●
Tachéomètre électronique (T) sans enregistrement	●	●	● (1)	●
Tachéomètre électronique (T) avec enregistrement				
- à pointé manuel	●	●		
- à pointé automatique	●			

(1) Au sens uniquement d'une erreur grossière

peut exercer en fonction du niveau d'automatisation de l'équipement de mesure, à l'exemple du tachéomètre (théodolite) électronique (DEUMLICH & STAIGER 2001).

Il n'en reste pas moins que la possibilité d'une erreur commise par l'opérateur subsiste, même dans le cas de systèmes entièrement automatiques. Concrètement, elle peut se traduire de l'une des manières suivantes :

- par l'entrée erronée de coordonnées ou de désignations de points
- par l'entrée ou la sélection erronée de valeurs de correction (facteur d'échelle, correction d'addition, correction de collimation horizontale, etc.)
- plus généralement, par toute erreur commise par l'opérateur.

Une erreur due à l'opérateur est d'ordinaire rangée dans la catégorie des erreurs grossières (ou fautes), qui devraient être détectées par l'emploi d'un dispositif de mesure approprié. Elles sont du reste à éviter de manière générale. Si les mesures s'effectuent malgré tout sans redondance ni contrôle, les erreurs commises par l'opérateur ne sont détectables que lorsqu'elles provoquent des écarts proportionnellement importants, par exemple dans le cas de coordonnées grossièrement fausses. Des écarts plus modestes, tels qu'un biais de 35 mm dans la correction d'addition (erreur de saisie ou acceptation à tort), restent indétectables sans contrôle direct de la grandeur en question.

D'une manière générale, le risque d'erreur due à l'observateur est favorisé par :

- Un logiciel d'application complexe dont le mode d'emploi fournit bien souvent de trop maigres informations sur les algorithmes, les modèles et les corrections utilisés.
- Une interface utilisateur dont le caractère intuitif incite à limiter la consultation du mode d'emploi à un bref survol à l'occasion de son utilisation initiale.
- Des mises à jour régulières du logiciel et des modifications fréquentes des modèles entreprises par les fabricants. Ce point est d'importance dans la mesure où l'utilisation du logiciel ne subit pas de bouleversements majeurs. Cette remarque ne s'applique toutefois pas nécessairement à la modification isolée de l'un ou l'autre paramètre.

Autres facteurs d'influence

Les conditions ambiantes régnant lors de la mesure constituent l'essentiel des autres facteurs d'influence. Utilisons l'exemple de la mesure électronique des distances pour l'illustrer.

Toutes les méthodes de mesure électronique des distances employées en géodésie reposent sur la détermination du temps de transit de la lumière dans l'atmosphère sur un parcours donné. La vitesse de propagation de la lumière dans l'atmosphère sur le trajet de mesure est alors déduite des paramètres météorologiques saisis (température, pression et degré d'humidité de l'air). Une erreur dans la saisie de la température ambiante fausse la mesure de la distance à raison de 1 ppm

par °C. Autrement dit, une erreur de 2 °C dans la saisie de la température ambiante (considérée comme étant applicable à l'ensemble du parcours) provoque un écart de 1 mm sur une distance de 500 m. En conséquence, tout utilisateur désireux d'exploiter au maximum le potentiel de précision d'un tachéomètre moderne pour la mesure électronique de la distance (au niveau du millimètre), se doit de procéder à la détermination des paramètres météorologiques avec le plus grand soin.

Des paramètres supplémentaires, parmi lesquels la synchronisation entre les différents éléments, sont à prendre en compte lors d'étalonnages basés sur des mesures dynamiques.

Les procédures de test des instruments géodésiques

L'assurance de la qualité intègre l'ensemble des dispositions qu'il est indispensable de prendre pour garantir effectivement le niveau de qualité visé sinon requis par le produit. Dans le cas concret des travaux topographiques, la qualité du produit (l'ensemble des résultats de mesure) dépend pour l'essentiel du respect de tolérances prescrites ou d'écarts de mesure prédéfinis. Cela semble aller de soi et pourtant bon nombre d'utilisateurs font une confiance plus ou moins aveugle aux résultats de mesure affichés ou stockés par leur instrument. D'ailleurs, les contrôles les plus simples ou les étalonnages ne sont effectués que trop rarement. Et si l'étalonnage est imposé par le donneur d'ordre ou l'autorité de surveillance, elle est bien souvent perçue comme inopportune et superflue.

■ Définition des notions principales

Les procédures de test des équipements de mesure

La notion de *procédure de test* est ici comprise au sens le plus large, couvrant tous les types de tests que des équipements de mesure géodésiques peuvent subir. Un *contrôle* a pour objet d'établir le niveau de respect d'une exigence donnée par l'élément à contrôler, lequel peut être un produit (composant d'un système ou prestation de service), mais également l'équipement de mesure lui-même. Le contrôle est toujours lié à la comparaison avec une exigence pouvant être imposée ou établie d'un commun accord. Le contrôle d'un instrument de mesure a pour but principal de déterminer les écarts fournis, lesquels ne devraient en aucun cas dépasser les prévisions du constructeur.

Etalonner signifie établir une relation entre la valeur affichée et la valeur effective d'une grandeur. Cette opération permet de déterminer des écarts de mesure. Et si des écarts systématiques sont clairement mis en évidence à cette occasion, ils pourront servir à améliorer la précision de mesure. Un *réglage* implique une intervention mécanique ou informatique à effet permanent, réalisée sur l'instrument, par laquelle les écarts systématiques constatés sont éliminés ou compensés. Actuellement, le réglage s'effectue principalement par l'enregistrement de valeurs de correction déterminées.

- La *vérification* d'un instrument de mesure englobe les contrôles de qualité et la délivrance d'un certificat conformément aux prescriptions en vigueur (loi ou ordonnance régissant la vérification).

Indications relatives aux incertitudes de mesure

La *résolution* d'un instrument de mesure décrit sa capacité à saisir et à représenter distinctement deux valeurs mesurées très proches. Dans le cas d'un instrument à affichage numérique, la résolution correspond à une mesure d'une quantité égale à la dernière décimale affichée.

La valeur vraie d'une grandeur mesurée reste généralement inconnue. Par valeur *exacte*, on entend ici une valeur connue de la grandeur recherchée, l'écart par rapport à la valeur vraie étant parfaitement négligeable. La *précision* est définie comme étant l'écart séparant la valeur mesurée x de la valeur exacte. Elle comprend une partie systématique et une partie aléatoire.

Si des mesures sont répétées, les valeurs obtenues sont distribuées de façon aléatoire autour de l'*espérance mathématique* μ . Plus le nombre d'observations est élevé, plus la moyenne arithmétique de l'ensemble des mesures se rapproche de l'espérance mathématique. L'influence des écarts aléatoires peut de la sorte être minimisée. La dispersion des valeurs mesurées est généralement quantifiée par l'*écart type*.

Une distinction est à établir entre des mesures effectuées dans des *conditions de répétition* et des mesures réalisées dans des *conditions de comparaison*. Dans le premier cas, les facteurs d'influence maîtrisables restent tous quasiment inchangés. Parmi ceux-ci on compte l'observateur, la méthode de mesure, le dispositif de mesure, l'équipement de mesure de même que d'autres facteurs d'influence externes (par exemple la mise en station, l'influence exercée par les conditions ambiantes, etc.). En revanche, si de nombreux facteurs d'influence sont modifiés, les résultats de mesure différents et indépendants obtenus permettent de déduire des écarts systématiques. En règle générale, la dis-

persion des mesures est plus forte dans le cas de conditions de comparaison que dans celui de conditions de répétition.

Les écarts systématiques régnant durant la mesure ne sont qu'imparfaitement connus. Ils conduisent, après correction, à la valeur de mesure rectifiée (figure 7). Dans bon nombre de méthodes de mesure géodésiques, les précisions atteignables sont limitées par les écarts systématiques inconnus.

Objectifs des procédures de test

Un contrôle a pour objet de vérifier si l'équipement de mesure respecte les indications fournies par son constructeur. Le test concerne en priorité les écarts de mesure annoncés, mais d'autres grandeurs telles que la portée (mesures de distance sans réflecteur) ou le nombre maximal de mesures de distance exécutables avec une batterie en pleine charge présentent également de l'intérêt. Dans l'idéal, l'opérateur peut contrôler son équipement sur le terrain sans l'aide d'aucun moyen auxiliaire et sans connaissance de la valeur théorique. **GOTTWALD (1998)** parle alors de méthodes de contrôle de terrain, **BECKER (2000)** de méthodes simplifiées.

Un *étalonnage* vise au moins à prouver le respect d'un niveau de précision donné. Si les écarts de mesure systématiques sont significatifs, les corrections peuvent également servir à accroître la précision. Il existe deux méthodes fondamentalement différentes :

- l'*étalonnage* dit *de système* (**BRUNNER et WOSCHITZ 2001**) qui envisage le système de mesure globalement dans des conditions aussi proches que possible de la réalité, le résultat final étant directement comparé à des valeurs théoriques connues
- l'*étalonnage de composants* qui considère en revanche les facteurs d'influence isolément, se concentrant par exemple sur l'effet produit par un champ magnétique sur le compensateur d'un instrument de nivellement (**SCHWARZ 2001**). L'étalonnage de système constitue la méthode correcte du point de vue théorique. Elle est toutefois d'une grande complexité et impose toujours de connaître des valeurs de référence.

L'*étalonnage de composants isolés* constitue au contraire une méthode standard pour déterminer la plupart des facteurs d'influence (par exemple pour la mesure électronique des distances).

Le *réglage* est toujours lié à un étalonnage préalable. Il consiste soit à stocker les résultats de l'étalonnage de façon permanente dans l'équipement de mesure, soit à les prendre en compte directement via un réglage mécanique.

Lorsqu'une nouvelle technologie de mesure est mise sur le marché (par exemple le niveau numérique, le capteur GPS, la mesure de distance sans réflecteur, etc.), une *étude approfondie* doit être menée afin d'analyser les forces et les faiblesses inhérentes à ce type d'équipement de mesure. Des indications précieuses en découlent pour le constructeur comme pour les utilisateurs (figure 3).

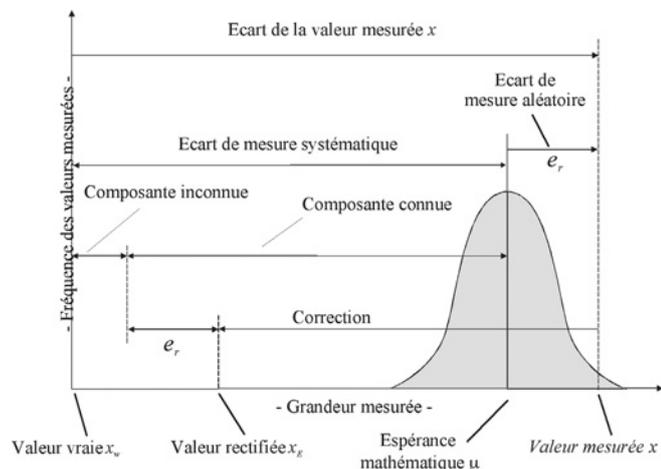


Figure 7 : Résultats de mesures

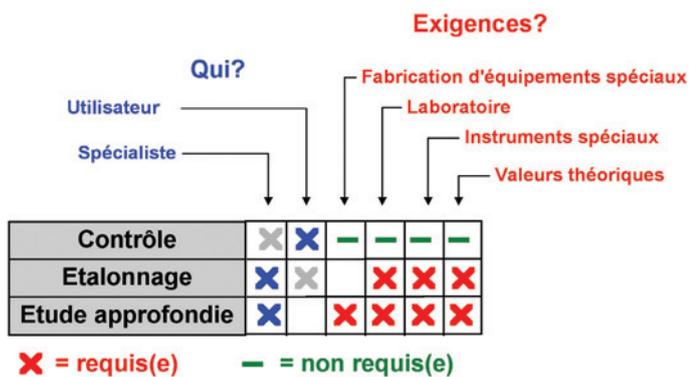


Figure 8 : Exigences propres aux différents buts poursuivis par les contrôles

■ Stratégies de test

Il existe diverses possibilités pour tester un équipement de mesure. Le présent paragraphe n'a pas pour objet d'exposer des solutions toutes faites, il tente plutôt de mettre en parallèle les différentes méthodes envisageables et les résultats qu'elles entraînent à l'aide d'exemples.

Indépendamment de la manière dont le contrôle s'effectue et de son niveau d'intensité, il est recommandé d'ouvrir un registre pour chaque instrument, consignait l'ensemble des événements importants le concernant, à savoir les contrôles, les étalonnages, les réparations, les utilisations exceptionnelles, etc. Sa tenue facilite également le respect de la périodicité des contrôles que l'on s'impose.

Quand procéder à un contrôle ?

Il convient, avant la première utilisation d'un équipement de mesure, de procéder à la réception du produit, aussi bien pour des systèmes complets que pour des éléments isolés (par exemple des mires de nivellement, des trépieds ou des réflecteurs). Aucune distinction ne devrait par ailleurs être effectuée entre un équipement acquis à l'état neuf et un matériel acheté d'occasion. Tous les instruments de mesure en service sont par ailleurs à vérifier régulièrement après la réception du produit, la périodicité étant à définir au cas par cas. Des tests semblent toutefois opportuns pour les événements ou les intervalles suivants :

- à intervalles de six mois au plus pour un contrôle régulier
- avant et après des mesures de précision
- au terme d'une période d'inutilisation prolongée de l'équipement (au sortir de l'hiver par exemple)
- après un transport "mouvementé".

Il est évident qu'une procédure de contrôle est également à engager en dehors des intervalles prescrits en cas d'irrégularités dans les résultats de mesure, de dommages apparents, de perturbations dans le fonctionnement de l'équipement, etc.

4.3.2 Comment procéder aux tests ?

Le calendrier et l'ampleur des vérifications à prévoir sont à définir sur une période prolongée. Une procédure en plu-

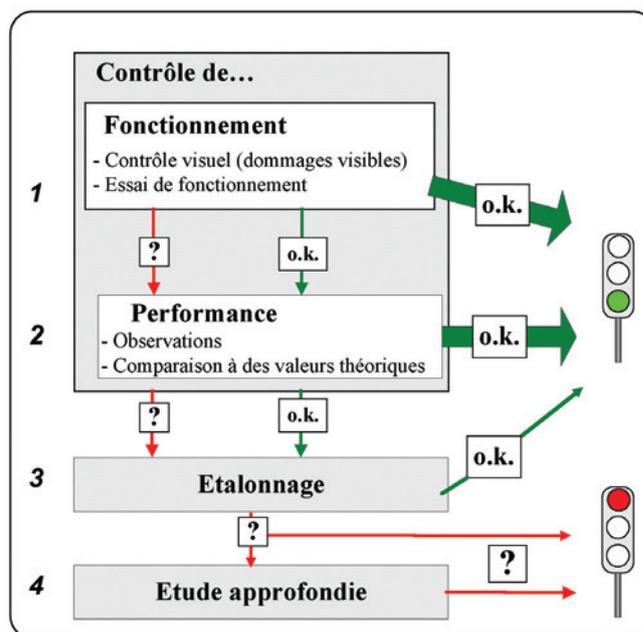


Figure 9 : Le modèle à 4 phases (sur la base de la recommandation FIG 5.1, 1994)

sièrs étapes présente des avantages : l'utilisateur de l'équipement de mesure peut effectuer lui-même les contrôles de routine usuels tandis que les étalonnages, exécutés plus rarement, sont pris en charge par des établissements (écoles d'ingénieurs, laboratoires d'étalonnage, service des poids et mesures) spécialement équipés à cet effet.

Le programme de contrôle ne devrait pas être figé, il devrait au contraire pouvoir être modifié en fonction des résultats obtenus : si un contrôle de terrain faisait par exemple apparaître des écarts trop importants, ces derniers seraient à analyser de façon approfondie dans le cadre d'un étalonnage.

Entre 1990 et 1994, la commission 5 de la FIG a élaboré des recommandations relatives aux vérifications de routine des distancemètres (FIG WG 5.1 1994). Ces recommandations se fondent sur une stratégie de contrôle à plusieurs niveaux visant principalement à réduire le volume de travail inhérent au contrôle. Elles ont été décrites en détail par GOTTWALD (1998) et constituent une base solide pour l'établissement de programmes de contrôle individualisés.

■ Effets produits par des méthodes de contrôle différentes

Les résultats obtenus varieront en fonction de la méthode de contrôle retenue et leur interprétation sera à envisager différemment. Le simple exemple de la vérification d'un distancemètre (composant d'un tachéomètre destiné à la mesure de distance) permet d'illustrer les différences pouvant apparaître (tableau 2).

Méthode 1 : une distance inconnue est observée à plusieurs reprises, sans modification de la mise en station, à l'aide du distancemètre faisant l'objet du contrôle. La dispersion résultante

Distance connue ?	Matérialisation	Résultat de mesure	Affirmation concernant la... possible
Non	Aucune	Espérance mathématique & dispersion	Reproductibilité en conditions de répétition
Non	Points au sol	Espérance mathématique & dispersion	Reproductibilité en conditions de comparaison
Oui	Points au sol	Espérance mathématique & dispersion	Reproductibilité et précision, centrage et influence des conditions ambiantes compris
Oui	Piliers avec centrage forcé	Espérance mathématique & dispersion	Reproductibilité et précision, influence des conditions ambiantes comprise

Tableau 2 : Mesures de comparaison effectuées avec un distancemètre électronique

■ ■ ■ des valeurs mesurées ne permet de tirer de conclusions qu'en ce qui concerne la reproductibilité en cas de répétition, aucune affirmation n'étant possible quant à la précision de l'instrument.

Méthode 2 : une distance inconnue, matérialisée par des points au sol, est observée à intervalles réguliers à l'aide du distancemètre faisant l'objet du contrôle. La dispersion résultante des valeurs mesurées renseigne sur la reproductibilité en cas de comparaison.

Méthode 3 : une distance connue, matérialisée par des points au sol, est observée à l'aide du distancemètre faisant l'objet du contrôle. L'écart entre la valeur moyenne des mesures (espérance mathématique) et la valeur effective de la distance renseigne sur la précision des mesures (centrage et influence des conditions ambiantes compris).

Méthode 4 : une distance connue est observée à l'aide du distancemètre faisant l'objet du contrôle, avec centrage forcé sur des piliers. L'écart entre la valeur moyenne des mesures (espérance mathématique) et la valeur effective de la distance renseigne sur la précision des mesures (influence des conditions ambiantes comprise).

Contact

Prof. Dr. Rudolf STAIGER
 Uni Duisburg-Essen
 FB Vermessungswesen
 Henri-Dunant-Strasse 65
 D-45 131 Essen
 Courriel : rudolf.staiger@uni-essen.de

Bibliographie

BECKER, J.M. (2000) : *The International Technical Developments and their Implications for the Land Surveyor.* Séminaire de la FIG "Mediterranean Surveyors in the new Millennium", Malte, 2000.

BRUNNER, F.K. et WOSCHITZ, H. (2001) : *Kalibrierung von Messsystemen : Grundlagen und Beispiele.* Contribution au 54^e séminaire du DVW "Qualitätsmanagement in der Geodätischen Messtechnik", Konrad Wittwer-Verlag, Stuttgart.

DEUMLICH, F. et STAIGER, R. (2001) : *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik.* 9^e édition, Wichmann-Verlag, Heidelberg.

GOTTWALD, R. (1998) : *Prüfung und Kalibrierung von Vermessungsinstrumenten - Grundsätzliche Überlegungen und Konzepte.* Mesuration, photogrammétrie, génie rural (MPG), pages 409-413.

SCHWARZ, W. (2001) : *Geodätische Laborkalibrierung - Stand der Technik.* Contribution au 54^e séminaire du DVW "Qualitätsmanagement in der Geodätischen Messtechnik", Konrad Wittwer-Verlag, Stuttgart.

STAIGER, R. et HUEP W. (1998) : *Measuring Device Checks and advanced Surveying equipment : A Contribution to Quality Control.* Commission 5 de la FIG, actes du congrès, Brighton, 1998.

STAIGER, R. (2000) : *Calibration Methods for Modern Survey Equipment : A Contribution to Quality Control.* Séminaire de la FIG "Mediterranean Surveyors in the new Millennium", Malte, 2000.

STEMPFHUBER, et MAURER, W. (2001) : *Leistungsmerkmale von zielverfolgenden Tachymetern bei dynamischen Applikationen,* Contribution au 54^e séminaire du DVW "Qualitätsmanagement in der Geodätischen Messtechnik", Konrad Wittwer-Verlag, Stuttgart.

ABSTRACT

Do we still have to check modern surveying equipment like electronic tacheometers, digital levels, GPS receivers or digital cameras? All systems available nowadays on the market provide good performance. This means that the effort needed (time spent, skills required, etc.) to achieve precise results is rather small but does certainly not mean that the measurements made are error-free.

After a brief description of the state of the art, the checking methods of surveying measurement systems and the different aims they follow are discussed before the 4-phase-method proposed by FIG WG 5.1 is explained and recommended. Finally, different checking strategies are exposed.

La théorie de la loxodromie de Pedro Nunes (*Petrus Nonius*)

■ **Raymond D'HOLLANDER** Ingénieur général géographe honoraire

*En mai 2002, le Portugal a célébré le 500^e anniversaire de la naissance du grand cosmographe portugais Pedro Nunes, qui fut l'initiateur du concept de loxodromie (désigné par le mot "rumb" à son époque). Sa théorie de la loxodromie fut d'abord exposée en 1537 dans deux traités portugais, puis développée dans les *Petri nonii salaciensis opera* publiés à Bâle en 1566, où il fut le premier à exposer le principe d'établissement d'une table de rumb. Mais sa théorie fut jugée à tort fautive au début du XVII^e siècle par le Flamand Simon Stevin, dont nous expliquons dans ces pages la faute d'incompréhension. Celle-ci ne fut pas dénoncée durant près de trois siècles.*

1. Préambule

À l'occasion du 500^e anniversaire de la naissance de Pedro Nunes, les universités de Lisbonne et de Coimbre ont organisé une conférence scientifique internationale, qui s'est tenue dans les deux villes du 23 au 25 mai 2002. Le 23 mai, dans l'auditorium de la Bibliothèque nationale de Lisbonne, six conférenciers (deux Portugais, deux Espagnols, un Allemand et un Français) ont fait des communications concernant l'œuvre scientifique de P. Nunes. Suite à mon article sur l'histoire de la loxodromie, qui avait été publié en 1990 dans la revue portugaise *Mare liberum*, j'ai été invité à venir à Lisbonne exposer mes recherches concernant la théorie de la loxodromie de P. Nunes. Je donne ci-après pour les lecteurs de la revue XYZ un condensé de ma communication.

2. Introduction

Les études de Pedro Nunes concernant la loxodromie se trouvent dans deux de ses ouvrages. Le premier est le *Tratado da sphaera* publié à Lisbonne en 1537 ; il comporte trois parties

dont seule la deuxième nous intéresse avec deux *Tratados* (traités) :

- le *Tratado... certas duvidas da navigação*
- le *Tratado... da carta de marear*

Le deuxième est le *Petri nonii salaciensis opera...* que nous abrègerons en "*Opera*". L'ouvrage fut publié en latin en 1566 à Bâle.

3. Les deux *Tratados* de 1537

Dans ces deux traités P. Nunes est le premier à distinguer clairement, en navigation, pour parcourir la distance séparant deux points du globe terrestre supposé sphérique :

- le trajet loxodromique, consistant à naviguer à cap constant ; l'azimut¹ de la loxodromie que nous désignerons par V, appelé aussi angle de route, reste constant tout le long du trajet de la loxodromie,
- le trajet orthodromique, trajet le plus court par arc de grand cercle, mais nécessitant périodiquement le changement de l'angle de route.

On considère généralement le néerlandais Willebrord Snellius comme le créateur des mots loxodromie et orthodromie, qu'il utilisa dans son *Typhus Batavus* de 1624, mais en fait on trouve déjà ces deux désignations dans les *Wisconstige Ghedachtenissen* de 1605 du Flamand Simon Stevin, ouvrage ayant subi deux traductions : l'une en latin par W. Snellius en 1608, l'autre en français par Albert Girard en 1634. S. Stevin a formé à partir du grec les mots loxodrome et orthodrome, d'où l'on tira loxodromie et orthodromie.

Mais avant que ne soit généralisé le mot loxodromie ou trajet loxodromique, on utilisa le mot rumb ou rhumb ou romb pour désigner les trente-deux rayons du compas, deux rayons consécutifs faisant entre eux un angle de $360^\circ/32 = 11^\circ 15'$.

Pour étudier ces trente-deux rumb il suffit de considérer ceux du quadrant Nord-Est : le 8^e rumb correspondant à la direction

(1) L'azimut d'une direction est l'angle que fait en un point celle-ci avec le nord géographique, direction du méridien passant par le point.

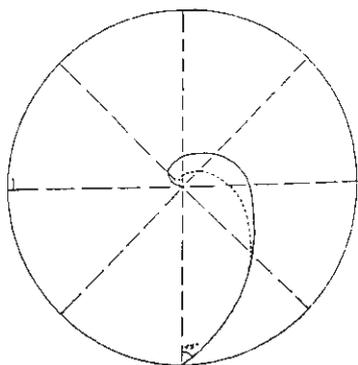


Figure 1

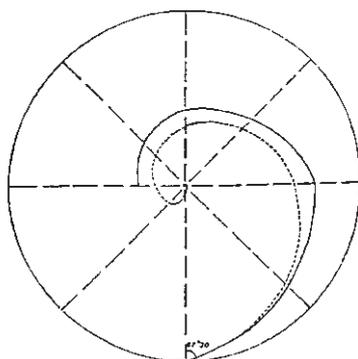
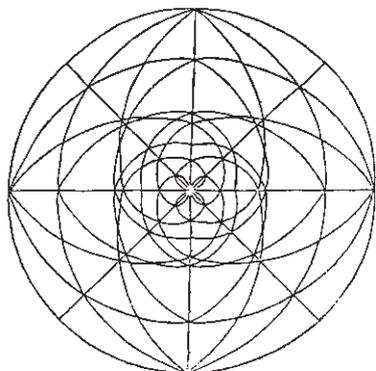
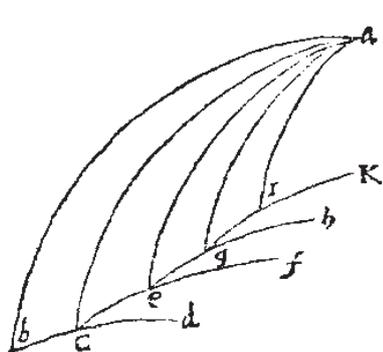


Figure 2



© Circulo grande represento a equinoctial e o circulo do polo do mundo. A linha espiral representa o rumo de 11° 15' e as outras curvas representam os outros rumos de 22° 30', 33° 45', 45°, 56° 15', 67° 30' e 78° 45'.

Figure 3 : Premiers tracés de rumbs par P. Nunes sur une carte en projection polaire.



ctus lateris
c, sic sinus
guli a b c, p
bri Gebri.
unum atq
ctum: igitu
sic sinus ar
c, ad sinum
gismo oster

Figure 4 : cette figure est extraite du chapitre 23 du livre II des *Opera*. Le point a est le pôle terrestre, les points b, c, e, g, i sont les points du rumb.

■ ■ ■ du parallèle (azimut de 90°), il y a sept rumbs intermédiaires, dont voici les désignations et azimuts :

1 ^{er} rumb	Nord – quart de Nord-Est	V = 11° 15'
2 ^e rumb	Nord – Nord-Est	V = 22° 30'
3 ^e rumb	Nord-Est – quart de Nord	V = 33° 45'
4 ^e rumb	Nord-Est	V = 45°
5 ^e rumb	Nord-Est – quart de l'Est	V = 56° 15'
6 ^e rumb	Est – Nord-Est	V = 67° 30'
7 ^e rumb	Est – quart de Nord-Est	V = 78° 45'

On détermine ces sept rumbs en les faisant partir chacun d'un point B₁ de l'équateur (figure 5) ; ils s'élèvent en latitude d'autant plus vite que leur azimut est plus petit et d'autant plus lentement que leur azimut est plus grand. Ils s'enroulent indéfiniment autour du pôle terrestre A, qui est un point asymptote, qu'aucun d'eux n'atteint jamais ; cette propriété a fait l'objet de controverses au XVI^e siècle.

Pour obtenir les rumbs des trois autres quadrants, il suffit d'effectuer des symétries par rapport au méridien du point de départ et par rapport à l'équateur.

■ 3.1. Paradoxe de Martim Afonso de Sousa

Dans le *Tratado... certas duvidas da navigaçã*, publié en 1537, mais rédigé vraisemblablement fin 1533 ou début 1534, P. Nunes répond à quelques "doutes" que lui exprima, à son retour du Brésil, le navigateur Martim Afonso de Sousa, en particulier le suivant : "Lorsque le soleil était à l'équateur, ... il se levait pour lui à l'est... Et il me demanda pour quelle raison, si nous nous dirigeons vers l'est... nous suivons un parallèle toujours à la même hauteur, sans jamais pouvoir atteindre l'équateur vers lequel nous dirigeons notre proue en même temps que vers l'est indiqué par la boussole."

Par : "Lorsque le soleil était à l'équateur", il faut sous-entendre "Lorsque le soleil était au zénith des points de l'équateur", circonstance qui se produit aux deux équinoxes ; à ces moments de l'année, le soleil se lève exactement à l'Est (direction du point cardinal Est), alors que les autres jours il se lève vers l'Est.

Pedro Nunes explique à son interlocuteur que, quand on vise le soleil à l'équinoxe, à son lever sur l'équateur, la visée se fait dans un plan qui coupe la sphère selon un arc de grand cercle, ayant l'azimut 90° au point d'observation, mais que lorsqu'on maintient un cap constant de 90°, on se déplace sur une loxodromie particulière d'azimut 90° : le parallèle, qui ne rencontre jamais l'équateur.

■ 3.2. Premiers tracés de rumbs par P. Nunes sur une carte en projection polaire

Dans le *Tratado... da carta de marear*, P. Nunes a dessiné sur une carte en projection équidistante² polaire de l'hémisphère Nord, sans les parallèles, avec seulement quatre méridiens, un réseau de deux rumbs partant des quatre points de l'équateur, situés sur ces méridiens également distants de 90°. En

(2) Projection polaire dans laquelle les écartements des parallèles sur la sphère sont conservés en projection.

chaque point les azimuts des deux rumb sont $+45^\circ$ et $+67^\circ 30'$ pour le quadrant NE, -45° et $-67^\circ 30'$ pour le quadrant NO. Les rumb d'azimut $\pm 45^\circ$ sont dessinés jusqu'au pôle, P. Nunes croyant en 1537 qu'ils atteignaient ce point (figure 3).

Les rumb d'azimut $\pm 67^\circ 30'$ ne font qu'un parcours de 270° en différence de longitude, parce que s'ils avaient été prolongés jusqu'au pôle, la figure 1 serait devenue illisible.

Nous avons extrait de la rosace complexe de la figure 3 le rumb issu du point le plus bas et d'azimut $V = 45^\circ$ (figure 1), représenté en traits pleins ; nous avons construit en tiretés la loxodromie exacte correspondante.

Nous avons fait de même pour le rumb issu du point le plus bas et d'azimut $V = 67^\circ 30'$ (figure 2).

On constate des écarts élevés pouvant atteindre une dizaine de degrés en latitude, après le méridien distant de 45° en longitude du point de départ.

En outre pour le rumb d'azimut $V = 67^\circ 30'$ on remarque sur le méridien, distant de 90° du point de départ, une brisure malencontreuse, qui sera lissée par la suite sur une publication de 1914 : la *Revista de Engenharia militare*.

4. La théorie de la loxodromie et l'établissement d'une table de rumb (*Opera* de P. Nunes)

La figure 4 est extraite du chapitre 23 du livre II des *Opera*. Le point *a* est le pôle terrestre les points *b, c, e, g, i* sont les points du rumb.

Le point *b* est sur l'équateur ($\widehat{ab} = 90^\circ$). Les arcs $\widehat{ab}, \widehat{ac}, \widehat{ae}, \widehat{ag}, \widehat{ai}$ sont les méridiens. Les arcs de grand cercle élémentaires $\widehat{bc}, \widehat{ce}, \widehat{eg}, \widehat{gi}$, sont tels que les angles $\widehat{ecd} = \widehat{gef} = \widehat{kg h} = 1^\circ$.

Pedro Nunes décompose donc son rumb en arcs de grand cercle élémentaires, tels qu'entre les deux extrémités de chaque arc la variation d'azimut soit 1° ; la méthode de Nunes consiste essentiellement à résoudre les triangles sphériques *abc, ace, aeg, agi*, etc. En raison du grand nombre de triangles à résoudre nous n'avons pas pu conserver les notations de Nunes.

Les points *a, b, e, g, i* sont les homologues des points A, B₁, B₂, B₃, B₄ de la figure 5. Ainsi le rumb d'azimut V est assimilé sur la figure 5 à une succession d'arcs de grands cercles élémentaires $\widehat{B_1B_2}, \widehat{B_2B_3}, \widehat{B_3B_4}$ etc. Le rumb est issu du point B₁ de l'équateur avec l'azimut V. L'arc $\widehat{B_1B_2}$ a en B₁ l'azimut V et se termine en B₂, où il a l'azimut $V+dV$. L'arc $\widehat{B_2B_3}$ a en B₂ l'azimut V et se termine en B₃, où il a l'azimut $V+dV$.

L'arc $\widehat{B_3B_4}$ a en B₃ l'azimut V et se termine en B₄, où il a l'azimut $V+dV$, etc. P. Nunes préconise d'adopter $dV = 1^\circ$.

Le point A est le pôle terrestre. Les arcs $\widehat{AB_1}, \widehat{AB_2}, \widehat{AB_3}, \widehat{AB_4}$, sont les méridiens de B₁, B₂, B₃, B₄. $\widehat{AB_1} = 90^\circ$.

Le point H₁ est celui où le méridien de B₂ rencontre l'équateur. L'angle $\widehat{H_1} = 90^\circ$. Le point H₂ est celui où l'arc de grand cercle

issu de A, tracé perpendiculairement à l'arc $\widehat{B_1B_2}$, prolongé, rencontre cet arc. Pour la lisibilité de la figure 5 le point H₂ n'a pas été représenté, mais il apparaît sur la figure 6.

Le point H₃ est celui où l'arc de grand cercle, issu de A, tracé perpendiculairement à l'arc $\widehat{B_2B_3}$ prolongé, rencontre cet arc. Le point H₄ est celui où l'arc de grand cercle, issu de A, tracé perpendiculairement à l'arc $\widehat{B_3B_4}$ prolongé, rencontre cet arc. A₁, A₂, A₃, A₄ sont les différences de longitude successives entre B₁, B₂, B₃, B₄, de sorte que la longitude d'un point B_i par rapport à un point B₁ est donnée par $\lambda_i = \sum A_j$.

Les différentes phases des calculs de la table de rumb de P. Nunes sont données ci-après pour le rumb considéré d'azimut V. Pedro Nunes indique qu'il utilise les formules de trigonométrie sphérique de Geber (nom latinisé de *Jabir ibn Aflah* XII^e siècle). Il s'agit du *De astronomia libri IX* de Geber, traduit en latin par Gérard de Crémone, publié par Pierre Apian à Nüremberg en 1534³.

(3) Geber y reprend la trigonométrie sphérique de l'Almageste de Ptolémée.

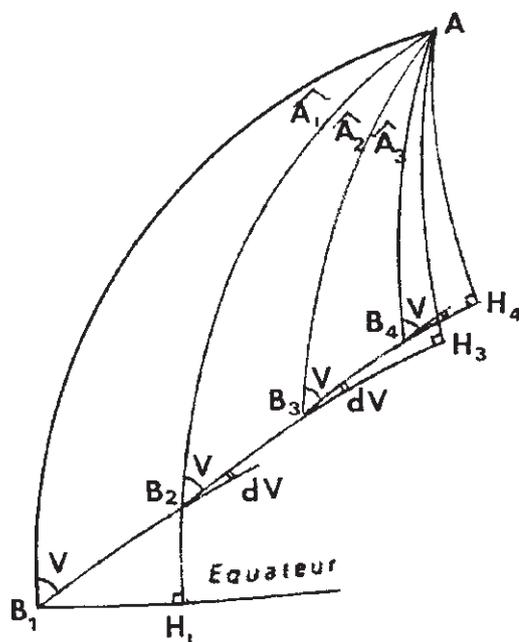


Figure 5 : le rumb d'azimut V est assimilé sur la figure 5 à une succession d'arcs de grands cercles élémentaires $\widehat{B_1B_2}, \widehat{B_2B_3}, \widehat{B_3B_4}$ etc.

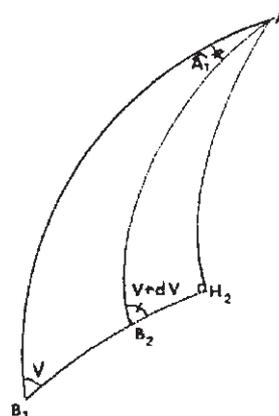


figure 6

■ 4.1. Phase 1. Calcul des longueurs d'arc $\widehat{AB}_2, \widehat{AB}_3, \widehat{AB}_4$, etc., colatitudes B_2, B_3, B_4 .

Considérons les différents triangles sphériques $AB_1B_2, AB_2B_3, AB_3B_4...$ (figure 5). La relation des sinus permet d'écrire :

$$\frac{\sin \widehat{AB}_2}{\sin \widehat{AB}_1} = \frac{\sin \widehat{AB}_3}{\sin \widehat{AB}_2} = \frac{\sin \widehat{AB}_4}{\sin \widehat{AB}_3} = \dots = \frac{\sin V}{\sin(V+dV)}$$

Comme $\widehat{AB}_1 = 90^\circ, \sin \widehat{AB}_1 = 1$ on obtient :

$$\sin \widehat{AB}_2 = \frac{\sin V}{\sin(V+dV)}$$

$$\sin \widehat{AB}_3 = \sin \widehat{AB}_2 \frac{\sin V}{\sin(V+dV)}$$

etc.

Les arcs $\widehat{AB}_2, \widehat{AB}_3$, etc. ainsi obtenus représentent les colatitudes des points de rumb dont on déduit aisément les latitudes que nous désignerons par φ_N (N pour l'initiale de Nunes). Ce sont les latitudes $\varphi_{B_2}, \varphi_{B_3}, \varphi_{B_4}$, etc., des différents points de rumb.

■ 4.2. Phase 2. Calcul des longueurs d'arc de grand cercle $\widehat{B_1B_2}, \widehat{B_2B_3}, \widehat{B_3B_4}$, etc.

4.2.1. Calcul de l'arc $\widehat{B_1B_2}$

On peut obtenir l'arc $\widehat{B_1B_2}$, de deux manières :

- en résolvant le triangle sphérique rectangle $\widehat{B_1B_2H_2}$ (figure 5) où $B_1 = 90^\circ - V$ et $H_1B_2 = 90^\circ - \widehat{AB}_2$;

On obtient :

$$\frac{\sin \widehat{B_1B_2}}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin H_1B_2}{\sin(90^\circ - V)} \quad \text{d'où : } \sin \widehat{B_1B_2} = \frac{\cos \widehat{AB}_2}{\cos V}$$

\widehat{AB}_2 a été obtenu dans la phase 1, V est connu, d'où $\widehat{B_1B_2}$.

- en résolvant les deux triangles sphériques rectangles AB_1H_2 et AB_2H_2 (figure 6). On obtient ainsi $\widehat{B_1H_2}$ et $\widehat{B_2H_2}$ d'où $\widehat{B_1B_2} = \widehat{B_1H_2} - \widehat{B_2H_2}$

Cette méthode est appliquée en 4.2.2 pour l'arc $\widehat{B_2B_3}$.

4.2.2. Calcul de l'arc $\widehat{B_2B_3}$

Considérons les deux triangles sphériques rectangles AB_2H_3 et AB_3H_3 , (figure 7). On a $\widehat{B_2B_3} = \widehat{B_2H_3} - \widehat{B_3H_3}$

4.2.3. Calcul de l'arc $\widehat{B_2H_3}$ dans le triangle AB_2H_3 en deux temps :

$$\sin \widehat{AH_3} / \sin V = \sin \widehat{AB}_2 / \sin 90^\circ$$

d'où $\sin \widehat{AH_3} = \sin V \sin \widehat{AB}_2$, V est connu, \widehat{AB}_2 a été connu dans la phase 1, d'où $\widehat{AH_3}$.

On a la relation $\cos \widehat{AB}_2 = \cos \widehat{B_2H_3} \cos \widehat{AH_3}$ que l'on obtient actuellement par la règle mnémorique de Néper, mais P. Nunes se réfère à Geber.

De la relation précédente on tire : $\cos \widehat{B_2H_3} = \cos \widehat{AB}_2 / \cos \widehat{AH_3}$; \widehat{AB}_2 est obtenu dans la phase 1, $\widehat{AH_3}$ a été calculé au premier alinéa du précédent paragraphe ; on en déduit $\widehat{B_2H_3}$.

4.2.4. Calcul de $\widehat{B_3H_3}$ dans le triangle sphérique

rectangle AB_3H_3 figure 7 en deux temps :

$$\text{On a : } \frac{\sin \widehat{AH_3}}{\sin(V+dV)} = \frac{\sin \widehat{AB}_3}{\sin 90^\circ}$$

$$\text{d'où : } \sin \widehat{AH_3} = \sin(V+dV) \sin \widehat{AB}_3$$

On connaît $V+dV$, \widehat{AB}_3 obtenu dans la phase 1, d'où on déduit $\widehat{AH_3}$.

On a aussi $\cos \widehat{B_3H_3} = \cos \widehat{AB}_3 / \cos \widehat{AH_3}$, analogue à $\cos \widehat{B_2H_3} = \cos \widehat{AB}_2 / \cos \widehat{AH_3}$ (voir ci-dessus en 4.2.3.)

\widehat{AB}_3 a été obtenu dans la phase 1, $\widehat{AH_3}$ a été obtenu précédemment, d'où $\widehat{B_3H_3}$.

4.2.5. Calcul de $\widehat{B_2B_3}$

On a $\widehat{B_2B_3} = \widehat{B_2H_3} - \widehat{B_3H_3}$ où $\widehat{B_2H_3}$ a été calculé en 4.2.3 et $\widehat{B_3H_3}$ en 4.2.4.

4.2.6. Calcul de $\widehat{B_3B_4}$

Considérons les deux triangles sphériques rectangles AB_3H_3 et AB_4H_4 (figure 8). En suivant la même voie qu'en 4.2.3 et 4.2.4, où nous avons calculé $\widehat{B_2H_3}$ et $\widehat{B_3H_3}$, on obtient : $\widehat{B_3H_4}$ et $\widehat{B_4H_4}$, d'où $\widehat{B_3B_4} = \widehat{B_3H_4} - \widehat{B_4H_4}$ et ainsi de suite pour $\widehat{B_4B_5}, \widehat{B_5B_6}$ etc., qui sont des éléments d'arcs de grand cercle en lesquels P. Nunes a décomposé le rumb.

■ 4.3. Phase 3. Calcul des angles A_1, A_2, A_3, A_4 , etc.

Considérons le triangle sphérique AB_1B_2 (figure 6). La relation des sinus donne :

$$\frac{\sin A_1}{\sin \widehat{B_1B_2}} = \frac{\sin V}{\sin \widehat{AB}_2}$$

Sont connus $\widehat{B_1B_2}$ (voir 4.2.1), V , \widehat{AB}_2 (voir phase 1) ; on en déduit :

$$\sin A_1 = \frac{\sin \widehat{B_1B_2} \sin V}{\sin \widehat{AB}_2}$$

d'où A_1 . Dans le triangle sphérique AB_2B_3 (figure 7) la relation des sinus donne :

$$\frac{\sin A_2}{\sin \widehat{B_2B_3}} = \frac{\sin V}{\sin \widehat{AB}_3}$$

Sont connus $\widehat{B_2B_3}$ (voir 4.2.5), V , \widehat{AB}_3 (voir phase 1) ; on en déduit :

$$\sin A_2 = \frac{\sin \widehat{B_2B_3} \sin V}{\sin \widehat{AB}_3}$$

d'où A_2 et ainsi de suite. A_3, A_4, \dots ; rappelons que la longitude

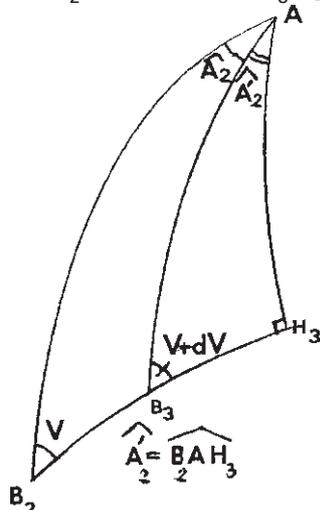


figure 7

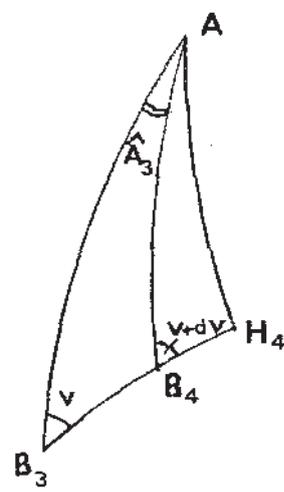


figure 8

d'un point B_i par rapport à un point B₁ est donné par $\lambda_i = \sum \widehat{A}_i$

La table de rumb de P. Nunes doit comporter pour chacun des sept rumb trois colonnes indiquant respectivement :

1. les longueurs des arcs de méridiens $\widehat{AB}_2, \widehat{AB}_3, \widehat{AB}_4 \dots$ obtenues dans la phase 1,
2. les longueurs des arcs de grands cercles $\widehat{B}_1B_2, \widehat{B}_2B_3, \widehat{B}_3B_4 \dots$ obtenues dans la phase 2,
3. les valeurs des angles $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ obtenues dans la phase 3. Cela fait au total $3 \times 7 = 21$ colonnes.

Arrivé à fin du chapitre 23 du livre II des *Opera*, quelle n'est pas la surprise du lecteur de constater que P. Nunes propose à la page 172 une table de rumb avec 21 colonnes, mais vides. À la page 171, précédant la table de rumb vides, on trouve la phrase suivante : "Sunt la dispositio de la table en sept parties distinctes ; les nombres à écrire de l'intérieur de cette table que des adolescents studieux les calculent selon les précédentes démonstrations et les prolongent autant qu'il leur plaira". Il s'agit d'aller au-delà des dix-neuf lignes de la table. Au chapitre 26, P. Nunes conseille de calculer les tables de rumb jusqu'à la latitude 60°. Les sept parties évoquées par P. Nunes sont constituées de colonnes triples.

Je me suis substitué à l'un des adolescents studieux de P. Nunes en respectant scrupuleusement sa méthode et en adoptant $dV = 1^\circ$. J'ai obtenu le tableau 1. À droite j'ai reporté de deux en deux lignes les désignations littérales des arcs de colatitude et celles des longueurs des éléments de grands cercles. Les titres et les dispositions des colonnes sont celles de P. Nunes, mais la page 172 des *Opera* comporte des colonnes vides.

4.3.1. Contrôles des calculs

À titre de contrôle, on peut calculer directement les angles $A'_2 = \widehat{B}_2A'H_3$ et $\widehat{A''}_2 = \widehat{B}_3A'H_3$ (figure 7).

En appliquant la règle mnémorique de Neper, on a : $\cos \widehat{AB}_2 = \cot V \cot A'_2$, soit $\cot A'_2 = \cos \widehat{AB}_2 \tan V$ d'où A'_2 , $\cos \widehat{AB}_3 = \cot (V + dV) \cot \widehat{A''}_2$, soit $\cot \widehat{A''}_2 = \cos \widehat{AB}_3 \tan (V + dV)$, d'où $\widehat{A''}_2$.

On en déduit $A_2 = A'_2 - \widehat{A''}_2$, que l'on compare à l'angle A_2 obtenu en phase 3. De façon plus générale, $\cot A'_i = \cos \widehat{AB}_i \tan V$
 $\cot \widehat{A''}_i = \cos \widehat{AB}_{i+1} \tan (V + dV)$ d'où : $A_i = A'_i - \widehat{A''}_i$

Le fait de trouver par cette méthode les mêmes angles A_i que dans la méthode de P. Nunes, qui passe par l'intermédiaire des arcs $\widehat{B}_1B_2, \widehat{B}_2B_3, \widehat{B}_3B_4$ etc. vérifie aussi l'exactitude des calculs de ces arcs.

Je viens de décrire en langage mathématique moderne la méthode de calcul de rumb par P. Nunes, donc sa manière de définir les sept rumb par les coordonnées géographiques (longitude et latitude) d'un certain nombre de leurs points, P. Nunes ayant eu, en outre, le souci de calculer les longueurs des arcs de grands cercles séparant ces différents points. Le texte latin des *Opera* ne comporte aucune formule, mais de longues phrases exprimant les relations mathématiques uti-

lisées par P. Nunes. Ce manque total de symbolisation mathématique et des confusions dans les notations rendent le texte des *Opera* de P. Nunes difficile à comprendre pour un lecteur moderne ; peut-être l'était-il aussi pour un contemporain ou un successeur immédiat de P. Nunes (voir ci-après les commentaires erronés de Simon Stevin).

5. Étude de la précision de la table des rumb de P. Nunes

Pour chaque longitude $\lambda_i = \sum \widehat{A}_i$ obtenue dans la table, j'ai calculé la latitude Φ_L de la loxodromie exacte en utilisant l'équation rigoureuse de la loxodromie :

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Phi_L}{2} \right) = e^{\lambda \cot V}$$

J'ai comparé la latitude Φ_N de la table de rumb de P. Nunes à la latitude exacte Φ_L correspondante, puis calculé les écarts $e = \Phi_N - \Phi_L$ pour les sept rumb, mais je me contente de présenter, dans le tableau 2, les résultats concernant le deuxième rumb, d'azimut $V = 22^\circ 30'$.

Les écarts $\Phi_N - \Phi_L$ sont tous négatifs et atteignent pour le point B₁₇ la valeur maximale $e_m = \Phi_N - \Phi_L = -0,83956^\circ$.

J'ai en outre comparé le rumb de P. Nunes d'azimut $\text{Est } V = 22^\circ 30'$ avec la loxodromie exacte correspondant à l'angle $V + \frac{dV}{2}$; en effet chaque arc élémentaire de grand cercle a un azimut moyen de l'ordre de grandeur de la moyenne arithmétique $\frac{V+V+dV}{2}$, V et $V+dV$ étant les azimuts aux extrémités de chaque arc élémentaire. Cette moyenne est bien $V + \frac{dV}{2}$; il est clair que la loxodromie d'azimut $V + \frac{dV}{2}$ est plus proche du rumb de P. Nunes d'azimut V que la loxodromie d'azimut V . J'ai donc calculé pour chacun des points du deuxième rumb de P. Nunes la latitude exacte Φ'_L par :

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Phi'_L}{2} \right) = e^{\lambda \cot (V + \frac{dV}{2})}$$
 avec $V = 22^\circ 30'$ et $\frac{dV}{2} = 0,5^\circ$

J'ai comparé la latitude obtenue selon la méthode de Nunes - Φ_N à Φ'_L , et inscrit dans la colonne 7 du tableau 2 les écarts $\Phi_N - \Phi'_L$. L'écart maximum descend à $e'_m = \Phi_N - \Phi'_L = 0,13322^\circ$.

Ainsi la table de rumb de Nunes aurait présenté - si elle avait été calculée en 1566 - une précision suffisante pour les besoins de la navigation à voile de l'époque.

Tableau 1 - Petri nonii salaciensis Opera

Petri Nonii Salaciensis	Petri Nonii Salaciensis Opera																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
2	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
3	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
4	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
5	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
6	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
7	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
8	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
9	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
10	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
11	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
12	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
13	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
14	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
15	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
16	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
17	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
18	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667
19	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667	1667

Tableau 2 : Précision sur les latitudes du deuxième rumb $V = 22^\circ 30'$ et $dV = 1^\circ$. (Alors que P. Nunes a adopté $dV = 1^\circ$, on peut obtenir une plus grande précision en faisant par exemple $dV = 10'$)

1	Rumb de Nunes $dV = 1^\circ$		Loxodromie d'azimut $V = 22,5^\circ$		Loxodromie d'azimut $V + dV/2$ soit $22,5^\circ + 0,5 = 23^\circ$	
	N° des points	Longitudes de Nunes $\lambda = \sum A_i$	Latitudes de Nunes $\varphi_N = 90^\circ - \widehat{AB}_i$	Latitude φ_L	Différence $\varphi_N - \varphi_L$	Latitude φ'_L
B ₂	6,96582°	16,31946°	16,58060°	-0,26114°	16,19057°	+0,12889°
B ₃	9,93840°	22,92094°	23,32141°	-0,40047°	22,78772°	+0,13322°
B ₄	12,26730°	27,87935°	28,37886°	-0,49951°	27,74710°	+0,13225°
B ₅	14,27042°	31,97055°	32,54572°	-0,57518°	31,84094°	+0,12961°
B ₆	16,07017°	35,49744°	36,13230°	-0,63487°	35,37118°	+0,12626°
B ₇	17,72893°	38,61660°	39,29928°	-0,68268°	38,49402°	+0,12258°
B ₈	19,28351°	41,42180°	42,14300°	-0,72120°	41,30304°	+0,11876°
B ₉	20,75773°	43,97461°	44,72683°	-0,75222°	43,85973°	+0,11488°
B ₁₀	22,16801°	46,31819°	47,09523°	-0,77704°	46,20717°	+0,11102°
B ₁₁	23,52623°	48,48421°	49,28085°	-0,79664°	48,37701°	+0,10720°
B ₁₂	24,84127°	50,49682°	51,30862°	-0,81180°	50,39337°	+0,10345°
B ₁₃	26,12000°	52,37494°	53,19810°	-0,82316°	52,27515°	+0,09979°
B ₁₄	27,36781°	54,13376°	54,96498°	-0,83121°	54,03755°	+0,09621°
B ₁₅	28,58904°	55,78574°	56,62214°	-0,83646°	55,69300°	+0,09274°
B ₁₆	29,78725°	57,34124°	57,18032°	-0,83908°	57,25187°	+0,08937°
B ₁₇	30,96535°	58,80901°	58,64857°	-0,83956°	58,72290°	+0,08661°
B ₁₈	32,12581°	60,19652°	61,03646°	-0,83812°	60,11358°	+0,08294°
B ₁₉	33,27071°	61,51026°	62,34523°	-0,83497°	61,43037°	+0,07989°
B ₂₀	34,40181°	62,75586°	63,58620°	-0,83034°	62,67983°	+0,07693°
B ₂₁	35,52064°	63,93830°	64,76268°	-0,82438°	63,86422°	+0,07408°
B ₂₂	36,62851°	65,06197°	65,87925°	-0,81728°	64,99065°	+0,07132°
B ₂₃	37,72652°	66,13080°	66,93997°	-0,80917°	66,06215°	+0,06865°
B ₂₄	38,81580°	67,14834°	67,94850°	-0,80016°	67,08226°	+0,06608°
B ₂₅	39,89712°	68,11776°	68,90814°	-0,79038°	68,05416°	+0,06360°
B ₂₆	40,97127°	69,04197°	69,82189°	-0,77992°	69,98075°	+0,06122°
B ₂₇	42,03987°	69,92360°	70,69247°	-0,76887°	69,86468°	+0,05592°
B ₂₈	43,10081°	70,76507°	71,52239°	-0,75732°	70,70837°	+0,05670°
B ₂₉	44,15735°	71,56860°	72,31394°	-0,74534°	71,51403°	+0,05457°
B ₃₀	45,20907°	72,33623°	73,06924°	-0,73301°	72,28373°	+0,05250°
B ₃₁	46,25641°	73,06987°	73,79023°	-0,72036°	73,01935°	+0,05052°

■ ■ ■ Mais on peut faire plus précis en prenant par exemple $dV = 10'$. pour le rumb de Nunes $V = 22^\circ 30'$, avec $dV = 10'$, on obtient pour les points B₂ à B₁₀ des écarts $\varphi_N - \varphi_L$ compris entre -0,018° et -0,067°, soit entre -1'1 et -4'0.

Le tableau 3 résume pour les sept rumb les valeurs des écarts maximums $e'_m = \varphi_N - \varphi_L$, les valeurs de la longitude λ_m et de la latitude φ_m correspondant à chaque écart maximum. La dernière ligne du tableau 3 indique le nombre de triangles qu'il a fallu résoudre pour atteindre chaque maximum.

Pour le septième rumb d'azimut $V = 78^\circ 45'$, qui s'élève très lentement en latitude, il a fallu résoudre 178 triangles, l'écart maximum, avec $dV = 1^\circ$, atteint -1,719°, ce qui constitue un *maximum maximorum*, mais en comparant le rumb de Nunes à la loxodromie d'azimut $V + \frac{dV}{2}$, soit $78^\circ 45' + 0^\circ 30' = 78^\circ 75'$, on obtient un écart maximum e'_m nettement moins élevé.

Tableau 3 : Écart maximum e_m pour les sept rumb ($dV = 1^\circ$).

	1 ^{er} rumb	2 ^e rumb	3 ^e rumb	4 ^e rumb	5 ^e rumb	6 ^e rumb	7 ^e rumb
A_z	11,25°	22,50°	33,75°	45,00°	56,25°	67,50°	78,75°
e_m	-1,466°	-0,840°	-0,660°	-0,621°	-0,683°	-0,907°	-1,719°
λ_m	15,309°	30,965°	48,932°	72,726°	107,294°	172,166°	360,272°
φ_m	60,746°	59,649°	55,869°	58,607°	58,063°	57,863°	58,048°
n	8	16	25	37	55	86	178

■ 5.1. Précision sur les longueurs d'arc entre les points B₁, B₂, B₃, B₄, ..., cas où $dV = 1^\circ$

Désignons par Δ_{sN} la longueur de chaque élément d'arc $\widehat{B_1B_2}$, $\widehat{B_2B_3}$, $\widehat{B_3B_4}$, ..., assimilé par P. Nunes à un arc de grand cercle, dont nous avons étudié le mode de calcul en 4.2 (phase 2).

La cinquième colonne du tableau 1 (deuxième colonne du rumb $V = 22^\circ 30'$) donne les valeurs de Δ_{sN} arrondies à la minute sexagésimale. J'ai porté dans la deuxième colonne du tableau 4 les valeurs de Δ_{sN} exprimées en degrés décimaux, avec quatre décimales, pour les neuf premiers arcs de ce rumb.

Dans la colonne 3 du tableau 4, j'ai reporté les différences de latitude $\Delta_{\varphi L}$ exprimées en degrés décimaux entre les points successifs de la loxodromie exacte, ces différences étant facilement tirées des valeurs de la colonne 4 du tableau 2.

Or la longueur Δ_{sL} de l'arc de la loxodromie exacte est donnée par :

$$\Delta_{sL} = \frac{\Delta_{\varphi L}}{\sin(90^\circ - V)}$$

ou (voir figure 9) :

$$\Delta_{sL} = \frac{\Delta_{\varphi L}}{\cos V}$$

Tableau 4 : Précision sur les latitudes du deuxième rumb $V = 22^\circ 30'$ et $dV = 1^\circ$. Δ_{sN} représente la longueur des arcs $\widehat{B_1B_2}$, $\widehat{B_2B_3}$ calculés par la méthode de P. Nunes, Δ_{ϕ_L} les différences de la latitude de la colonne 4 sur le tableau 3 ; Δ_{sL} s'obtient par $\Delta_{sL} = \Delta_{\phi_L} / \cos V$.

1	2	3	4	5	6
Arcs	Δ_{sN}	Δ_{ϕ_L}	Δ_{sL}	$\Delta_{sN} - \Delta_{sL}$	$(\Delta_{sN} - \Delta_{sL}) / \Delta_{sN}$
B_1B_2	17,7067°	16,5806°	17,9467°	-0,2400°	-1,35/100
B_2B_3	7,1699°	6,7408°	7,2962°	-0,1263°	-1,76/100
B_3B_4	5,3858°	5,0575°	5,4741°	-0,0883°	-1,63/100
B_4B_5	4,4440°	4,1669°	4,5102°	-0,662°	-1,49/100
B_5B_6	3,8311°	3,5866°	3,8821°	-0,0512°	-1,34/100
B_6B_7	3,3883°	3,1670°	3,4279°	-0,0396°	-1,17/100
B_7B_8	3,0472°	2,8437°	3,0780°	-0,0308°	-1,01/100
B_8B_9	2,7731°	2,5838°	2,7967°	-0,0236°	-0,85/100
B_9B_{10}	2,5458°	2,3684°	2,5635°	-0,0177°	-0,69/100

J'ai reporté dans la colonne 4 du tableau 4 les valeurs de Δ_{sL} pour $V = 22^\circ 30'$. À la colonne 5, j'ai effectué les différences $\Delta_{sN} - \Delta_{sL}$, qui sont les écarts entre les arcs de la table de rumb de P. Nunes et les longueurs d'arc de loxodromie exacte. Ces écarts sont tous négatifs, les éléments d'arc de grand cercle étant – comme il fallait s'y attendre – toujours plus courts que les arcs de loxodromie exacte. Pour les deux premiers arcs de forte amplitude, près de 18° pour $\widehat{B_1B_2}$ et plus de 7° pour $\widehat{B_2B_3}$, les différences atteignent respectivement $-0,2400^\circ$ et $-0,1253^\circ$, mais pour les autres arcs les différences sont comprises entre les chiffres arrondis $-0,09$ et $-0,02^\circ$, soit entre $-5,4$ et $1,2$.

À la colonne 6, j'ai reporté les valeurs des erreurs relatives, quotients des erreurs absolues $\Delta_{sN} - \Delta_{sL}$ par la valeur de l'arc Δ_{sN} . Ces erreurs relatives ne dépassent pas $-1,76\%$.

Le loc'h, qui permet la mesure de la vitesse du navire ainsi que la longueur d'un trajet parcouru en mer lorsqu'on mesure le temps de parcours, n'a été découvert qu'à l'époque de P. Nunes. En effet la première mention du loc'h et sa description figurent dans le manuel de navigation *A regiment for the sea*, de William Bourne, publié en 1577, soit onze ans après la parution des *Opera* de P. Nunes. Les erreurs relatives obtenues en utilisant le loc'h devraient être supérieures à celles concernant les erreurs $\frac{\Delta_{sN} - \Delta_{sL}}{\Delta_{sN}}$ obtenues par la méthode de P. Nunes.

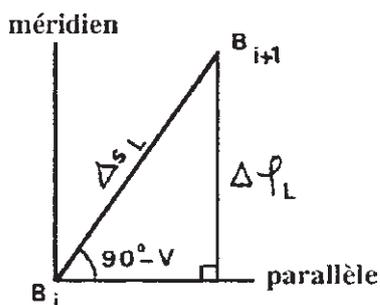


figure 9

En ce qui concerne la table de rumb de P. Nunes proprement dite et la précision de celle-ci, les algorithmes de calcul sont faciles à établir, parce que la plupart des résultats sont exprimés par des multiplications. J'ai effectué tous ces calculs en 1987 au moyen d'une calculatrice de poche programmable.

6. Le tracé des rumb sur un globe terrestre dans les *Opera* de P. Nunes

La matérialisation de rumb sur un globe terrestre constitua une opération très répandue au XVI^e et au début du XVII^e siècle, mise en œuvre par des cosmographes, des navigateurs et des cartographes.

C'est la construction de rumb sur un globe terrestre par Mercator (1512-1594) qui fut à l'origine de la célèbre projection cylindrique conforme de Mercator, utilisée pour la première fois dans la carte *Ad usum navigantium*, éditée à Duisbourg en 1569, donc trois ans après la publication des *Opera* de P. Nunes.

Au chapitre 26 du livre II des *Opera*, P. Nunes décrit deux méthodes de tracé des rumb sur un globe terrestre.

■ 6.1. Première méthode

Elle se déduit aisément de la méthode mathématique et utilise la table de rumb de P. Nunes (voir tableau 1). Soit à déterminer sur le globe le point B_2 et le point B_3 du 2^e rumb d'azimut $V = 22^\circ 30'$ issu du point B_1 , sur l'équateur (figure 10). Il y a deux variantes.

6.1.1 Utilisation de l'armille graduée (zéro au pôle) mobile autour de l'axe des pôles

D'après la table de rumb, B_2 a pour longitude $\lambda_2 = A_1$ pris dans la colonne 3 du tableau 1 et pour colatititude la mesure de l'arc $\widehat{AB_2}$ pris dans la colonne 1 de la table.

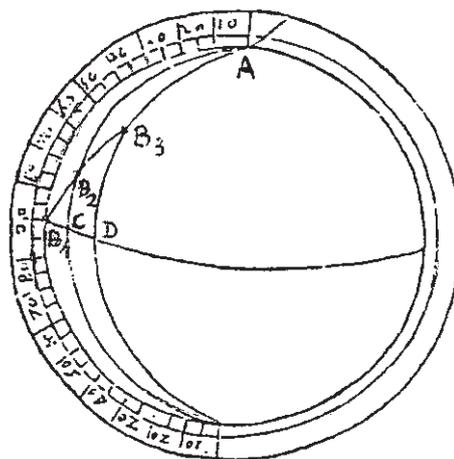


figure 10

■■■ P. Nunes fait passer l'armille par le point C de l'équateur de longitude $\lambda_2 = A_1$ et marque sur le globe le point B_2 en face de la graduation en degrés correspondant à la valeur de l'arc \widehat{AB}_2 . Il opère de même pour le point B_3 de longitude : $\lambda_2 = A_1 + A_2$ et de colatitude \widehat{AB}_3 . (armille passant par le point D de l'équateur, de longitude λ_2) et ainsi de suite...

6.1.2. Sans armille

P. Nunes trace deux arcs de cercle ; l'un de centre A et de rayon sphérique \widehat{AB}_2 l'autre de rayon sphérique $\widehat{B_1B_2}$. On obtient deux points d'intersection ; celui qui est situé sur le méridien de C est le point B_2 cherché.

On opère de même pour le point B_3 qui est l'un des points d'intersection des deux cercles, le premier de centre A et de rayon sphérique \widehat{AB}_3 et le second de centre B_2 et de rayon sphérique $\widehat{B_2B_3}$ et ainsi de suite.

6.2. Deuxième méthode

Elle repose sur un procédé mécanique permettant une grande rapidité, au détriment de la précision selon P. Nunes. Il n'est plus nécessaire de calculer la table de rumb et P. Nunes réalise un quadrant sphérique (figure 11) en métal léger dont les côtés ml et mk sont perpendiculaires et sur lequel ont été matérialisés par des fentes les sept rumb intermédiaires.

Sur la figure 12, seul le rumb intermédiaire d'azimut $V = 45^\circ$ a été représenté selon la direction $\widehat{m_1q_1}$ et selon la direction $\widehat{m_2q_2}$.

J'utilise sur la figure 12 celle des *Opera* de P. Nunes et l'exemple qu'il donne pour le tracé du quatrième rumb d'azimut 45° , mais avec des notations plus rationnelles.

Il place l'origine m_1 du quadrant sphérique au point b (notre point B_1) sur l'équateur. Il tourne le quadrant jusqu'à ce que la direction $\widehat{m_1q_1}$ coïncide avec le méridien de b et il trace l'élément de rumb $\widehat{bl_1}$ le long du côté droit du quadrant.

Le quadrant étant sous l'armille, il déplace d'un mouvement lent à la fois l'armille et le quadrant, le côté $\widehat{m_1l_1}$ de celui-ci restant en coïncidence avec l'élément de rumb $\widehat{bl_1}$ déjà tracé, il arrête les deux mouvements en un point x tel qu'en celui-ci la direction $\widehat{m_2q_2}$ du quadrant fasse avec l'armille méridienne un angle de 1° . Ce point est bien l'extrémité du premier arc de rumb, puisque en ce point l'azimut du rumb est de $45^\circ + 1^\circ$. Le centre du quadrant sphérique étant maintenu en x , homologue de notre point B_2 , il tourne le quadrant de façon à faire coïncider $\widehat{m_2q_2}$ avec la direction $\widehat{m_2d}$ de l'armille et, le long du côté droit du quadrant, il trace la direction $\widehat{xh_2}$, qui correspond de nouveau à un arc de rumb d'azimut $V = 45^\circ$ en $x(B_2)$. Il déplace à nouveau armille et quadrant comme il l'a fait pour le premier arc et il obtient le point y , homologue de notre point B_3 , non représenté sur la figure et ainsi de suite. En fait, si le procédé mécanique de P. Nunes paraît satisfaisant sur le plan théorique, puisqu'il est la réplique exacte du mode de calcul de sa table de rumb, il nous semble qu'il devait être difficile à être mis pratiquement en œuvre et il se différencie

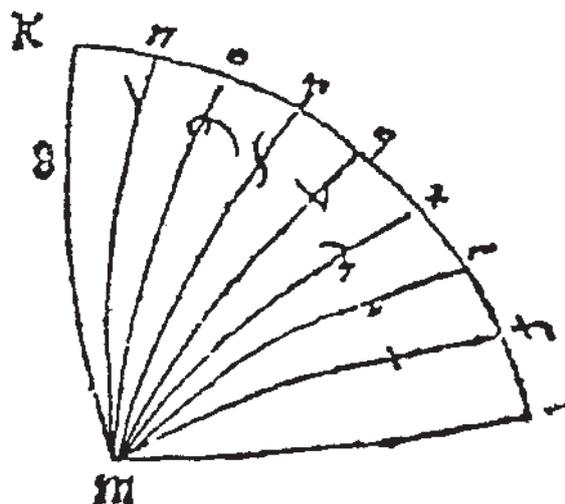


figure 11

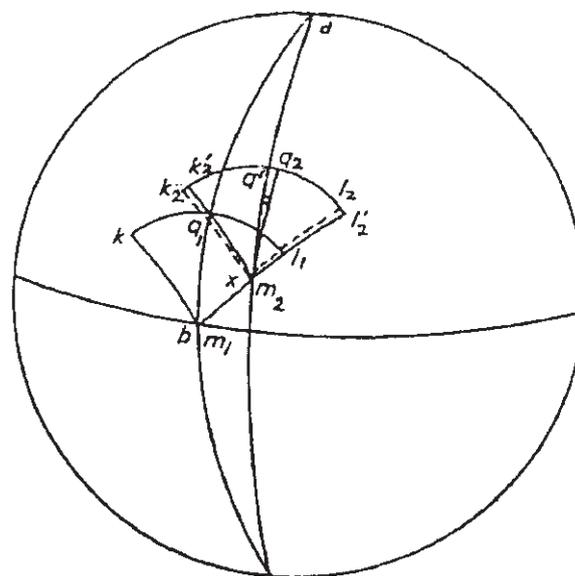


figure 12

nettement des procédés beaucoup plus simples qui ont été utilisés par Stevin et aussi par Mercator, bien que celui-ci n'ait pas décrit la méthode qu'il a employée.

7. La critique injustifiée de la théorie de la loxodromie de Pedro Nunes. Conclusion

En 1605, après la publication des *Opera*, paraît l'édition en flamand de *Wisconstige Ghedachtenissen* (Mémoires de mathématiques) de l'ingénieur et mathématicien flamand Simon Stevin (1548-1620). Celui-ci est surtout célèbre par ses travaux d'hydrostatique et par l'introduction des fractions décimales. L'ouvrage en question contient un jugement tout à fait fallacieux de la méthode de P. Nunes. L'ouvrage flamand est traduit en latin entre 1605 et 1608 par Willebrord Snell van Royen (1580-1620) et est publié à Lyon en 1608 sous le titre *Hypomnemata mathematica*. L'astronome et mathématicien

(4) Le cercle de rayon sphérique \widehat{AB}_2 a pour rayon linéaire la corde de l'arc.

W. Snell, plus connu sous le nom de W. Snellius, est célèbre pour avoir introduit en géodésie la méthode de la triangulation et pour avoir – avant Descartes – découvert les lois de la réfraction. W. Snellius fit éditer en outre en 1624 son *Tiphus Batavus*. En 1634 paraît à Leyde (Pays-Bas) une édition en français des *Wisconstige Ghedachtenissen* de S. Stevin ; il s'agit d'une traduction par Albert Girard, mathématicien flamand, contenant notamment le quatrième livre *De l'histiodromie ou cours des navires*. "L'appendice des rombs" de ce livre comporte un chapitre intitulé "Des fautes es nombres des rombs faits par Petrus Nonius". S. Stevin base tout son raisonnement sur la figure 13, où l'ensemble des points RYABZ sont considérés comme étant ceux de la théorie de P. Nunes pour $V = 45^\circ$, mais écartés en longitude régulièrement de 1° (il écrit $\widehat{MRC} = \dots = \widehat{BMZ} = 1^\circ$), alors que cet angle est relatif à la différence d'azimuts entre les deux extrémités des arcs élémentaires de grand cercle en lesquels est décomposée la loxodromie ; cette condition impose des différences de longitude irrégulières entre les points successifs. Cette incompréhension grossière suffit à réduire à néant le jugement de Stevin. En outre celui-ci commet une faute de calcul dans la poursuite de son raisonnement. Or, par ses deux traductions, l'ouvrage de Stevin eut une certaine diffusion en Europe au début du XVII^e siècle et le jugement fallacieux de Stevin, qui n'avait aucun fondement, perdura longtemps.

Dans un article de 1915 intitulé "Gerhard Mercator und die ersten loxodromen auf Karten" in *Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie* (Berlin 1915) l'auteur Hermann Wagner, historien des sciences allemand, reprend le jugement fallacieux de Stevin sur la théorie de la loxodromie de P. Nunes, sans chercher à savoir s'il est fondé. Cet article fut à l'origine d'une polémique avec le portugais Joaquim Bensaúde auteur d'un ouvrage : *Histoire de la science nautique portugaise* (Genève 1917). Cette polémique se poursuivit par la publication en 1918 d'un autre article de H. Wagner

intitulé : "Die loxodromische Kurve bei G. Mercator, eine Abwehr gegenüber Joaquim Bensaúde" in *Nachrichten von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen* (Berlin 1918). H. Wagner y reconnaît la priorité de la découverte de la loxodromie par P. Nunes et le fait qu'il fut le premier à dessiner des rumb sur une projection équidistante polaire, mais qu'il le fit avec des fautes. Par contre Mercator, qui ne précise pas comment il a tracé des rumb sur un globe, le fit correctement en 1541, alors que Nunes indiquait sa méthode de tracé des rumb sur un globe seulement dans ses *Opera* de 1566. En ce qui concerne la théorie de la loxodromie, Joaquim Bensaúde ne sut pas démontrer à son interlocuteur que S. Stevin avait eu totalement tort dans sa critique de P. Nunes.

Plus récemment, en 1991, parut dans *Scholies* n°13 un article de Bernard Leclerc intitulé "Histoire de la loxodromie au XVII^e siècle", rédigé avant que l'auteur n'ait eu connaissance de mes deux publications (la première à Paris en 1989, la seconde à Lisbonne en 1990) concernant l'historique de la loxodromie.

Comme dans son article Bernard Leclerc avait repris le jugement erroné de Stevin sur P. Nunes, il m'écrivit en 1994 : "Je regrette de n'avoir pu disposer d'une telle source d'information lors de la rédaction de mon travail en 1990-1991. Cela m'aurait évité entre autres de perpétuer le commentaire erroné de S. Stevin en reprenant à mon compte ses critiques injustifiées de Nunes."

Ainsi, à notre connaissance, personne avant 1915, ni entre 1918 et 1989-1990, n'avait approfondi la théorie de P. Nunes sur la loxodromie et sa méthode d'établissement de sa table de rumb. Personne non plus n'avait été établi que le jugement de Stevin sur la théorie de P. Nunes était fallacieux. Les scientifiques portugais me sont reconnaissants de l'avoir fait.

DE L'HISTIODROMIE

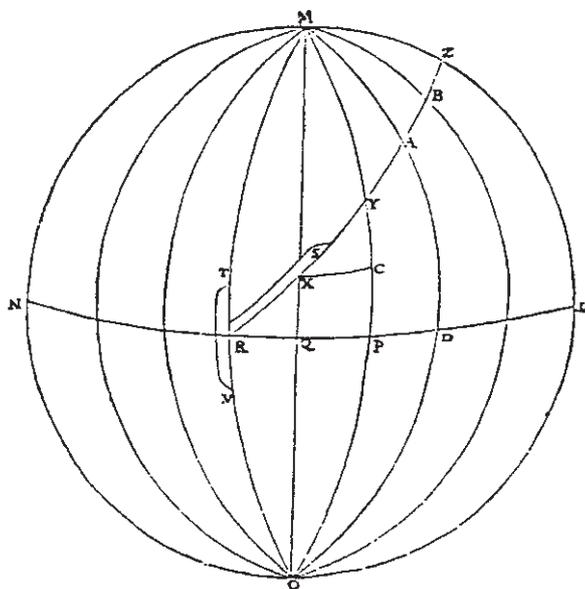


figure 13

8. Que conclure de notre étude ?

Pedro Nunes était un remarquable théoricien, en avance sur son temps. Sa théorie de la loxodromie et le mode de calcul de sa table de rumb préfigurent les méthodes de géométrie infinitésimale et de calcul différentiel, qui verront le jour en 1675 avec Leibniz, donc 110 ans après la publication des *Opera*. P. Nunes n'a pas été compris par ses contemporains ou successeurs immédiats, comme le montre le jugement erroné de S. Stevin.

Les calculs de sa table de rumb n'intéressaient pas P. Nunes : il était conscient de l'énormité des calculs que nécessitait sa méthode, avec les faibles moyens de l'époque, sans pouvoir recourir aux logarithmes. C'est la raison pour laquelle il publia sa table de rumb avec les colonnes vides. En tant que concepteur, il estimait avoir mieux à faire que d'exécuter lui-même des calculs de nature assez répétitive.

La table de rumb de P. Nunes avait deux inconvénients :

- elle nécessitait de longs calculs,
- elle présentait des intervalles irréguliers en longitude entre les différents points de chaque rumb. Par contre, les tables

- ■ ■ de rumbes d'Edward Wright, qui suivront, comportent des différences de longitude égales uniformément à 1° ou à 10' entre les différents points du rumb.

On peut opposer les deux grands esprits de la Renaissance que sont le théoricien mathématicien P. Nunes et le praticien, cartographe et calligraphe G. Mercator. En raison des liens qui existaient entre l'université de Coimbre et celle de Louvain au temps de Charles Quint, Mercator fut vite au courant du contenu du premier traité en portugais de Pedro Nunes de 1537, innovant le concept de loxodromie et il eut l'idée de tracer des loxodromies sur son globe de 1541 ; de ces tracés il déduisit le canevas en "latitude croissante" de son célèbre planisphère de 1569 *Ad usum navigantium*, qui permettait de résoudre graphiquement et correctement les problèmes de la navigation loxodromique : sur ce planisphère les loxodromies sont rigoureusement représentées par des droites, alors que l'utilisation des précédentes cartes, plates, portulans et cartes dites à rumbes (il s'agit en fait de pseudo-rumbes) entraînaient des erreurs parfois considérables. P. Nunes était, comme Mercator, parfaitement conscient des insuffisances de ces cartes, mais il n'eut pas le génie de Mercator d'imaginer le concept de latitudes croissantes, alors qu'il était l'initiateur du concept de loxodromie et que le tracé sur un globe terrestre des sept loxodromies du premier quadrant a servi de base à Mercator pour établir son canevas.

Ma communication à Lisbonne continuait par la démonstration de la loi d'écartement des parallèles en projection de Mercator : $\Delta y = \frac{\Delta \varphi}{\cos \varphi}$, mise en évidence pour la première fois par Edward Wright dès 1589. Celui-ci trace son canevas de latitudes croissantes en utilisant la notion de "sécantes cumulées" (On rappelle que $\sec \varphi = (\cos \varphi)^{-1}$).

$$W = \sum \frac{\Delta \varphi}{\cos \varphi}$$

Si $\Delta \varphi = 1^\circ$, on a $W = 1^\circ(\sec 1^\circ + \sec 2^\circ + \dots + \sec n^\circ)$. Edward Wright est le premier réalisateur de tables de rumbes, non virtuelles comme l'étaient celles de P. Nunes.

Ma communication passait ensuite en revue les contributions de Stevin, de Snellius, de Gregory, de Barrow, de Wallis, de Bernoulli, ce dernier ayant découvert l'équation de la spirale logarithmique. En 1695 seulement l'astronome Edmund Halley, qui découvrit la comète qui porte son nom, établit l'équation rigoureuse de la loxodromie, à partir de celle de la spirale logarithmique, qui est sa projection stéréographique polaire. Cette équation comporte celle de la latitude croissante :

$$y = L = \int \frac{d\varphi}{\cos \varphi} = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Ainsi entre la naissance du concept de loxodromie en 1537, dû à P. Nunes, et la formulation de son équation rigoureuse par E. Halley en 1695, il s'est écoulé 158 ans. Or la démonstration de la formule de la latitude croissante et de celle de la loxodromie prend actuellement moins d'une page dans un traité de navigation ou un traité de cartographie mathématique.

Mais il a fallu attendre la découverte des logarithmes népériens en 1614, celle de la géométrie infinitésimale et du calcul différentiel par Leibniz en 1676 pour arriver à formuler la loi rigoureuse de la latitude croissante et l'équation de la loxodromie. ●

Remerciements

Dans le n° 98 de mars 2004 de XYZ, nous avons rendu compte de la publication des Actes de la conférence internationale, tenu à Lisbonne et à Coimbre, en mai 2002, pour commémorer le 500^e anniversaire de la naissance du grand cosmographe portugais Pedro Nunes. Dans ces actes figure le texte complet de la communication présentée par notre collègue Raymond D'Hollander, intitulé : "La théorie de la loxodromie de Pedro Nunes". L'article ci-dessus du même auteur a paru dans le volume 52 n° 205 de la Revue "Navigation" de janvier 2004.

Nous remercions l'Administrateur général des Affaires Maritimes J. L. Guibert, directeur de la Revue "Navigation" de l'Institut français de navigation, d'avoir bien voulu autoriser la publication de cet article dans XYZ. L'article présente un exposé complet de la théorie de la loxodromie de Pedro Nunes, mais il est écourté en ce qui concerne les contributions d'auteurs postérieurs à Pedro Nunes ayant traité de la loxodromie.

ABSTRACT

On March 2002, Portugal celebrated the 500th anniversary of the birth of the great Portuguese cosmographer Pedro Nunes who created the loxodrome concept (called rhumb line at that time). His loxodromics theory was first expounded in two Portuguese treatises, and then developed in Petri Nonii Salaciensis Opera. In this book published in Basle in 1566, Nunes was the first who set out the way to establish a rhumb table. However, at the beginning of the 17th century, his theory was wrongly considered as untrue by the Flemish Simon Stevin whose lack of understanding is explained in this article. This error was not denounced for almost three centuries.

Transformation polynomiale par fonctions radiales de base les conséquences des changements de référentiels

Application au cas des raccordements parcellaires

■ Claude MILLION (AFT) et Jacques CHAMBARETAU (Inspecteur du Cadastre)

Après l'application de points d'un référentiel dans un autre, si le système est surdéterminé, il subsiste, sur les points d'appuis de départ, des résidus de compensation. Si on admet que les coordonnées d'origine des points d'appui soient adoptées comme exactes et définitives, les positions des points transformés qui leur sont voisins, présenteront des écarts qui pourront être jugés inadmissibles, le résidu ne portant que sur ces positions, sans être réparti au-delà. On a cherché une méthode de répartition de ces écarts qui ne détruise pas la compensation et qui satisfasse cette exigence.

La nécessité de résorber les résidus de compensation

Lorsqu'on applique un réseau de points connus dans un autre référentiel, par un simple changement de base ou par une transformation polynomiale conforme ou quelconque, on utilise, pour se contrôler, ou plutôt pour contrôler la validité des données, plus de points d'appui qu'il ne serait strictement nécessaire : le minimum étant de deux points pour une transformation conforme linéaire, dite d'Helmert, trois points pour une transformation polynomiale conforme du deuxième degré, quatre points pour une transformation du troisième degré etc..., mais on ne dépasse le troisième degré que si on est très sûr de ses données, ce qui est rarement le cas. De fait, on admet souvent d'utiliser le double de points d'appuis à des fins de contrôle.

Donc, on doit faire une compensation laquelle fait apparaître des résidus aux points de base qui ont servis à calculer les paramètres de la transformation a et b :
 $X^{\&} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot x \cdot y + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot y^2 + a_6 \cdot x^2 \cdot y + a_7 \cdot x \cdot y^2 + a_8 \cdot x^3 + a_9 \cdot y^3$
 $Y^{\&} = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot x \cdot y + b_4 \cdot x^2 + b_5 \cdot y^2 + b_6 \cdot x^2 \cdot y + b_7 \cdot x \cdot y^2 + b_8 \cdot x^3 + b_9 \cdot y^3 + \dots$
 avec $X^{\&}$, $Y^{\&}$ coordonnées vraies des points d'appui, les coefficients a et b sont déterminés à la suite de la compensation ce sont des valeurs moyennes de telle sorte qu'après leur détermination on trouve : $\bar{X} = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 \cdot x + \bar{a}_2 \cdot y + \bar{a}_3 \cdot x \cdot y + \bar{a}_4 \cdot x^2 + \bar{a}_5 \cdot y^2 + \bar{a}_6 \cdot x^2 \cdot y + \bar{a}_7 \cdot x \cdot y^2 + \bar{a}_8 \cdot x^3 + \bar{a}_9 \cdot y^3$

$\bar{Y} = \bar{b}_0 + \bar{b}_1 \cdot x + \bar{b}_2 \cdot y + \bar{b}_3 \cdot x \cdot y + \bar{b}_4 \cdot x^2 + \bar{b}_5 \cdot y^2 + \bar{b}_6 \cdot x^2 \cdot y + \bar{b}_7 \cdot x \cdot y^2 + \bar{b}_8 \cdot x^3 + \bar{b}_9 \cdot y^3 + \dots$ Les valeurs surmontées d'une barre (-) sont issues de la compensation. On a évidemment, $X^{\&} \neq \bar{X}$, $Y^{\&} \neq \bar{Y}$, les valeurs compensées des points de base dont les coordonnées sont en majuscules sont un peu différentes de celles déduites de la compensation. Evidemment, on adopte les coordonnées considérées comme vraies, $X^{\&}$, $Y^{\&}$ ce qui fait apparaître des écarts sur ces points, on pose :

$$\Delta_A^r = \frac{X_A^{\&} - \bar{X}_A}{Y_A^{\&} - \bar{Y}_A}$$

le vecteur d'écart au point d'appui A. Ce qui pose problème c'est que les points transformés M, voisins de A, ne seront pas déplacés comme A, on constatera entre M et A une discordance qui peut être inacceptable pour l'utilisation ultérieure des points M.

Tout notre propos est de résorber ces écarts de façon à les répartir élégamment dans la masse des points M de façon à les rendre insensibles. Evidemment, la première idée qui vient à l'esprit est d'augmenter le degré du polynôme de telle sorte qu'une compensation ne soit plus nécessaire, et que de la sorte les positions des points de base et leurs voisins restent cohérentes.

A la suite d'une compensation par les moindres carrés, les écarts, souvent appelés résidus de compensation, ont quelques propriétés intéressantes :
D'abord leur somme est nulle, et, si la

transformation a été correcte, ils sont complètement erratiques, donc aucune loi continue ne peut leur être appliquée. Ensuite, pour une transformation du premier degré, un point de base qui se trouverait au voisinage de centre de gravité G n'aurait aucun résidu de compensation, soit : $\Delta_G^r = 0$.

Application pratique de la nouvelle méthode

La numérisation complète du plan cadastral est en voie d'achèvement. Les plans qui ont été digitalisés par voie de convention avec les collectivités territoriales ainsi que les plans qui ont été récemment rajeunis grâce à la procédure de remaniement seront disponibles dans le système de gestion graphique PCI-Vecteur ; quant aux autres plans, ils sont en cours de scannage et seront disponibles au travers de l'application PCI-Image. L'objectif annoncé est la dématérialisation totale des 580 000 feuilles du plan cadastral et, à terme, leur mise à la disposition du public sur l'internet.

La gestion des plans cadastraux vectorisés soulève un certain nombre de questions relatives aux raccords d'amas parcellaires auxquelles la transformation polynomiale par fonctions radiales de base apporte une réponse satisfaisante.

■ Le cas des raccords de feuilles

La vectorisation des plans fournit l'occa-

■ ■ ■ sion d'assembler les feuilles cadastrales entre elles. Pour des raisons évidentes de disparité d'échelles et de qualité de lever initial, ce rapprochement n'avait presque jamais été effectué et, naturellement, les discordances sont fréquentes.

La méthode utilisée actuellement consiste, dans un premier temps, à traduire les feuilles dans le système de coordonnées générales Lambert. Cette opération conduit à constater des trous et des chevauchements. Dans la mesure où les écarts n'excèdent pas la tolérance fixée, les écarts entre feuilles sont éliminés par rapprochement entre les masses parcellaires suivant des règles empiriques. En tout état de cause, les parcelles limitrophes sont modifiées tant dans leur forme que dans leur contenance alors que les parcelles plus éloignées ne sont pas du tout affectées. La transformation polynomiale décrite dans cet article permet une déformation harmonique de la totalité des points du plan donc de la totalité des parcelles sans défavoriser particulièrement les parcelles de jonction. Ces observations sur le raccord des feuilles peuvent facilement être transposées au raccord des limites communales.

■ L'insertion des éclatés

Les feuilles cadastrales présentent quatre variétés d'éclatés : des portions de parcellaire ne rentrant pas dans le cadre de la feuille physique, des amas parcellaires que le dessinateur n'a pas été capable d'insérer dans du parcellaire existant, des groupes de parcelles agrandis en marges pour des raisons de lisibilité et des exclus de remembrement. Le plan numérique implique la continuité du parcellaire et ces amas isolés doivent impérativement être rapatriés dans le tissu général. La méthode consiste à choisir des points de contact les plus probables et à réaliser une transformation de coordonnées conforme linéaire de type Helmert calée sur ces points d'appui pour passer des coordonnées locales dans le système général. Des résidus apparaissent qui ne sont pas compensés mais qui sont éliminés par déformation. Là encore, la transformation polynomiale, en s'appuyant sur la quasi-totalité du périmètre d'insertion permet, non seulement d'éliminer les résidus, mais

encore de répartir l'écart harmonieusement sur la totalité de l'amas. Une des propriétés remarquable des cas d'insertion d'éclatés est que dans certaines situations, c'est le trou qui est à adapter à l'amas isolé.

■ L'application de certains documents d'arpentage

Un document d'arpentage (ou document de modification du parcellaire cadastral) est un plan dressé par un géomètre-expert en vue de modifier des limites de propriété sur le plan cadastral. Les règles administratives de conservation du plan imposent de travailler dans le cadre de la parcelle ancienne. Supposons un lotissement dont le plan d'arpentage au 1/200^e est à insérer dans un plan cadastral mis à jour au 1/2500^e. Inévitablement des différences parfois importantes vont apparaître sur le pourtour de l'ensemble immobilier. Au lieu d'écarter les lots périmétriques, la nouvelle méthode va nous permettre d'insérer équitablement le lotissement dans sa parcelle d'origine.

■ La lambertisation des feuilles non rattachées

Pour rattacher au système général une feuille cadastrale mise à jour (c'est à dire qui a été élaborée par simple mise à jour du plan napoléonien), une des méthodes utilisées consiste à repérer une collection de points remarquables et à en calculer les coordonnées par G.P.S. (Global Positioning System). Tous les points constitutifs de la feuille sont ensuite déterminés dans le système général au moyen de la transformation conforme d'Helmert. Pour éviter de conserver des résidus parfois importants sur les points d'appui, la transformation polynomiale pourrait, dans ce cas également, être d'un emploi judicieux.

On voit bien qu'il est constant que les situations de raccordement d'amas parcellaires posent des difficultés dans la mesure où la position réelle des objets n'est pas connue avec précision. Les méthodes utilisées jusqu'à présent laissent un sentiment d'insatisfaction et parfois d'injustice. Outil puissant, la méthode de transformation polynomiale, sans être une panacée, peut apporter un surcroît de qualité et d'équité.

Transformation locale pondérée

On peut procéder comme suit : Soient $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \dots$ les vecteurs de correction à appliquer aux coordonnées des points A, B, C... pour qu'ils soient mis dans une position jugée correcte soit $A^*, B^*, C^* \dots$ avec $\Delta A = A^* - A, \Delta B = B^* - B \dots$ Soit un point M quelconque pour lequel on veut calculer les corrections ΔM à apporter à sa position calculée après la compensation pour qu'il soit placé dans une position correcte et compatible avec celles des points d'appui. On écrit :

$$\Delta M = \frac{p_A \Delta A + p_B \Delta B + p_C \Delta C + \dots}{p_A + p_B + p_C + \dots + p_G + \dots}$$

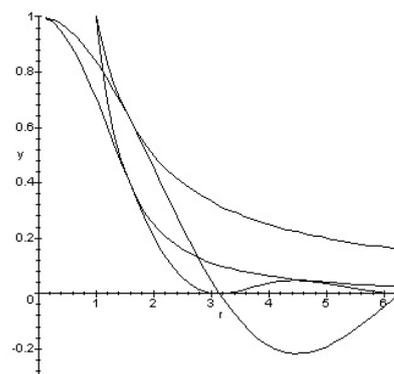
Avec les poids : p_A, p_B, p_C, \dots fonction de la position du point M par rapport aux points de base : A, B, C... et G, on verra plus loin ce qu'est ce dernier point. On adopte pour p_A une relation de la forme : $p_A = \frac{k}{(r_A + \epsilon)}$ où k est une constante qui

doit être déterminée en fonction du rayon d'action des points de base, et qu'il faudra choisir en fonction de la précision des calculs.[1]. ϵ est un petit nombre destiné à éviter des situations du genre $k/0$ si le point est très proche. On peut, par exemple poser : $\frac{k}{\epsilon} = 1$. r_A est la distance du point A au point M exprimée en unités à définir en fonction de k, n est un exposant égal à 1, 3/2, ou 2.

On peut adopter un système plus simple, soit : $p_A = 1 - \frac{r_A}{r}$ r sera défini plus loin, avec la condition supplémentaire que si $p_A = 1 - \frac{r_A}{r} < 0$ $p_A = 0$.

■ Choix de la fonction de pondération

On a reporté sur le graphique suivant les représentations qui sont proposées et qui pourraient être utilisées. On élimine d'abord les fonctions qui ne donnent pas assez de poids aux points



très voisins des points d'appui ceux dont les ordonnées sont inférieures aux autres dans le voisinage du point d'appui

$p_A = \frac{k}{(r_A^2 + \epsilon)}$ Il n'est pas non plus possible d'utiliser la fonction de transfert

$p_A = \frac{\sin(x)}{x}$ en raison de la présence de ses festons négatifs, on lui préférera la fonction

$p_A = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$ qui reste positive mais qui présente aussi des festons ! On peut lui adjoindre une fonction

$p_A = \frac{1}{x^2}$ pour lisser les festons de la fonction, mais à l'usage cela paraît inutile.

Les points d'appui sont, soit uniformément répartis dans la surface à traiter, soit situés sur la périphérie de la surface des points à transformer.

On adopte pour la première partie de la courbe la fonction $p_A = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$,

à partir de $x = \frac{\pi}{2}$ en ce point l'ordonnée est égale à $p_A = \frac{4}{\pi}$.

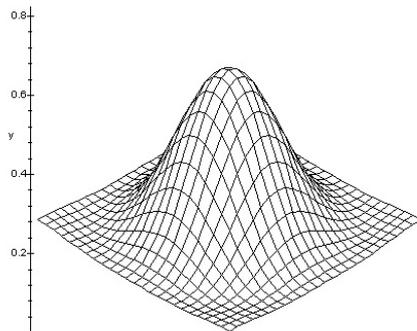
Le problème qui subsiste est de trouver une relation entre r distance du point et la variable x . On appellera cette opération étalonnage.

On se donnera une contrainte pour que la condition de nullité des résidus au centre de gravité reste respectée. D'abord, on crée un point d'appui G fictif situé exactement au centre de gravité des points d'appui, et on l'ajoute à la liste de ceux-ci, de telle sorte que les points qui lui sont proches aient, eux aussi, une correction voisine de 0. De plus, le point d'appui le plus proche de ce centre de gravité ne devra normalement pas apporter de correction significative en ce point, ou dans son voisinage, soit r_G la distance de ce point au centre de gravité des points d'appui, on pose que $p_G = 0$.

Il faut, en outre, éviter les situations de calcul imprécises ou indéterminées du type 0/0, pour cela il faut éviter les poids p trop petits et donner des instructions au programme telles que : si $x_A \geq \pi$, alors $p_A = 0$, de plus : si $p_A + p_B + p_C + \dots + p_N \leq 0,01.n$ alors $\Delta M = 0$, ces conditions sont indiquées ici en pseudo-code, avec n : nombre de points d'appuis.

Transformation polynomiale

La solution la plus généralement admise en infographie pour résoudre



Graphe de la fonction poids
Représentation 3D de la fonction poids centrée sur le point d'appui

ce problème est l'utilisation d'une transformation polynomiale quelconque, c'est-à-dire complète, mais sans redondance afin d'avoir autant d'inconnues que de données, ce qui fait qu'il n'y a plus de résidus sur les points d'appui.

On perdra tout contrôle et, évidemment, la conformité, c'est-à-dire qu'une droite transformée ne sera plus une droite. A chaque nouveau point d'appui on devra augmenter le nombre de monômes du polynôme, ce qui limitera le nombre des points d'appui que l'on pourra traiter sans rencontrer des problèmes de calcul numérique

$$X^8 = a_0 + a_1.x + a_2.y + a_3.x.y + a_4.y^2 + a_5.y^2 + a_6.x.y^2 + a_7.x^2.y + a_8.y^3 + a_9.x^3 + \dots$$

$Y^8 = b_0 + b_1.x + b_2.y + b_3.x.y + b_4.x^2 + b_5.y^2 + b_6.x^2.y + b_7.x.y^2 + b_8.x^3 + b_9.y^3 + \dots$
Dans l'équation ci-dessus on s'est arrêté au troisième degré, ce qui permettrait déjà de traiter dix points d'appui, car il y a dix inconnues à déterminer, mais si on prenait des précautions de calcul rien ne s'opposerait à aller plus loin [2].

Selon les auteurs il faut également prendre la précaution d'alterner les monômes en privilégiant les termes en y lorsque l'équation est en X et en x lorsqu'elle est en Y .

On a utilisé ce procédé pour répartir les résidus du même exemple en s'arrêtant aux termes en $x.y$ puisqu'on a quatre points d'appui.

Rappelons que ce procédé a été employé, mais en se réservant une large redondance, pour adapter des photos prises à bord de satellites à des points de carte afin d'établir des topocartes, ce qui en fait un problème très voisin de celui qui nous intéresse. On a donc été très surpris de trouver des

résultats souvent aberrants. Voir le tableau des résultats en colonnes trois et quatre, de fait, les points d'appui mal répartis aux extrémités d'une bande étroite agissaient en la tordant en son milieu, là où apparaissent les corrections les plus fortes.

On a pensé corriger ce défaut en se rappelant que près du centre de gravité les résidus devraient être nuls. Pour cela, on a créé un point d'appui fictif, situé au centre de gravité ayant des résidus nuls. Le tableau indique en colonnes cinq et six les résultats. On remarquera le changement radical, et la stabilité apportée par ce point supplémentaire.

Transformation polynomiale conforme

Constatant que l'apport d'une contrainte supplémentaire introduisait plus de stabilité dans les résultats, pour lesquels le seul critère devrait être que les corrections à apporter sur les points transformés soient inférieures ou égales aux résidus constatés sur les points d'appui, on a par conséquent tenté d'introduire une contrainte supplémentaire, celle de la conformité de la figure compensée avec la figure initiale. Cette contrainte lie les corrections en x et y , alors que dans le cas précédent l'interpolation des corrections d'une des coordonnées est indépendante de celles de l'autre. Ce point est très important, car il faut éviter que la figure ne se déforme trop, loin des points d'appui, jusqu'à ne plus ressembler à la figure initiale. Autre avantage la transformée d'une droite reste une droite.

On se reportera à [1] et [2] en précisant bien qu'il ne s'agit plus de faire une compensation redondante, mais une transformation dans laquelle le nombre des inconnues est égal à celui des données et qui suivra tous les points de définition.

Rappelons, en deux mots, la clef des représentations conformes : Soit deux nombres complexes (r_1, θ_1) , (r_2, θ_2) leurs images forment entre elles un angle $(\theta_1 - \theta_2)$. Si on multiplie chacun d'eux par le même nombre complexe (r, θ) , les nouveaux arguments deviennent $(\theta_1 + \theta)$ et $(\theta_2 + \theta)$ et leur angle reste $(\theta_1 - \theta_2)$. On fait la même remarque pour la division.

■■■ Rappelons la formule de Moivre : $(\cos(\theta)+i.\sin(\theta))^n = \cos(n.\theta)+i.\sin(n.\theta)$. Ce qui va simplifier l'écriture par rapport à notre proposition faite en [2] : $Z = (a+i.b)$, $Z^m = (a+i.b)^m$, $Z^m = r^m.(\cos(m.\theta) + i.\sin(m.\theta))$ en simplifiant l'écriture, cette dernière formule donne le développement en puissances croissantes de ce binôme. On note d'abord : $\theta = \text{Arctg}(\frac{b}{a})$, $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ou avec nos notations $\theta = \text{Arctg}(\frac{Y}{X})$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ on développe :

$$\begin{aligned} X^{\&} &= a_0 + a_2 \cdot x - a_3 \cdot y + r^2 \cdot (a_4 \cdot \cos(2.\theta) - a_5 \cdot \sin(2.\theta)) + \dots \\ r^n \cdot (a_{2n} \cdot \cos(n.\theta) - a_{2n+1} \cdot \sin(n.\theta)) &+ \dots \\ Y^{\&} &= a_1 + a_2 \cdot y + a_3 \cdot x + r^2 \cdot (a_4 \cdot \sin(2.\theta) + a_5 \cdot \cos(2.\theta)) + \dots \\ r^n \cdot (a_{2n} \cdot \sin(n.\theta) + a_{2n+1} \cdot \cos(n.\theta)) &+ \dots \end{aligned}$$

On a n points d'appui et 2.n inconnues. On peut réaliser les calculs sans développer en série par programme une seule ligne trigonométrique. En effet, on peut calculer le sinus et le cosinus de θ par la tangente y/x , puis se servir des relations d'addition des angles pour calculer progressivement $\sin(n.\theta)$ et $\cos(n.\theta)$:

$$\sin(\theta) = \frac{tg(\theta)}{\pm\sqrt{1+tg^2(\theta)}}, \cos(\theta) = \frac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2(\theta)}}$$

avec, évidemment : $\text{signe}(\sin(\theta)) = \text{signe}(y)$, $\text{signe}(\cos(\theta)) = \text{signe}(x)$ puis : $\cos(n.\theta+\theta) = \cos(n.\theta).\cos(\theta) - \sin(n.\theta).\sin(\theta)$ $\sin(n.\theta+\theta) = \sin(n.\theta).\cos(\theta) + \cos(n.\theta).\sin(\theta)$ on peut ainsi écrire les relations plus facilement qu'en développant les polynômes en x et y comme on l'avait fait dans [2].

On trouvera les résultats dans les septième et huitième colonnes du tableau des résultats ci-dessous, en notant qu'on a conservé le point d'appui fictif déjà employé au paragraphe précédent. On notera aussi que les corrections aux coordonnées compensées sont inférieures à celle du paragraphe précédent.

Interpolation radiale pondérée

Lorsque le nombre des points d'appui augmente le principal défaut des transformations polynomiales est d'entraîner des complications de calcul. Pour éviter cet obstacle, insurmontable au delà de six ou sept points d'appui, on a tenté de conserver les avantages de la répartition pondérée des résidus du début en lui donnant des développements plus complets. Selon les auteurs, cette méthode

donnerait des résultats équivalents à ceux obtenus à l'aide des développements polynomiaux, tout en évitant les problèmes de calcul numérique pour des polynômes de degré élevé.

Soit une fonction : $f(\hat{X}) = \sum_{j=1}^n \bar{p}_j \cdot h(\hat{X}_j - \hat{X}_i)$ dans laquelle $f(\hat{X})$ représenterait les vecteurs résidus sur les points d'appui soit : $f(\hat{X}) = \Delta \hat{a}_i$ et $\Delta \hat{a}_i = X^{\&}_i - \bar{X}_i$ avec, comme plus haut $X^{\&}_i$ coordonnées nominales de l'appui i, et \bar{X}_i coordonnées compensées du même appui. $h(\hat{X}_j - \hat{X}_i) = h_{ji}$ est une fonction de la différence des coordonnées entre les points i et j. Cette fonction est appelée fonction radiale de base (R B F) et a été largement étudiée et justifiée en [3] et [4]. Les interpolants sont des combinaisons linéaires des valeurs de la fonction radiale de base entre le point considéré et tous les points d'appui. Il sont calculés, en ne considérant au début du calcul, que les relations qui existent entre les points de définition comme dans la répartition pondérée.

En regroupant toutes les équations de ce type on obtient une matrice :

$$\begin{matrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} & p_1 & \Delta \hat{a}_1 \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} & p_2 & \Delta \hat{a}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{n1} & h_{n2} & \dots & h_{nn} & p_n & \Delta \hat{a}_n \end{matrix} = \Delta \hat{a}$$

On remarque immédiatement que cette matrice est symétrique $h_{ij} = h_{ji}$ et que sur la diagonale principale $h_{ii} = h(0)$ les différences de coordonnées étant nulles, la distance radiale est nulle. La résolution de ce système, non surabondant, permet de déterminer les inconnues que sont les "poids" \bar{p}_i , positifs ou négatifs.

La résolution d'un tel système linéaire symétrique pourrait commencer par une "descente de Cholesky" (ou décomposition LU) laquelle est, de toute évidence, impossible si les pivots de la diagonale principale sont nuls (divisions par zéro). Parmi les deux fonctions radiales proposées dans la littérature on a choisi celle qui permet une résolution du système linéaire normalisé (la matrice n'est pas définie positive) par la méthode de Cholesky, qui débute comme on vient de l'indiquer. On a choisi une fonction simple, dite "multiquadrique" de Hardy, parce

qu'elle peut s'appliquer à des espaces de plus de deux dimensions.

$$h_j = \sqrt{1 + (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

dans laquelle on aura : $h_{ii} = h(0) = 1$ On s'est ensuite largement écarté des propositions des auteurs qui réalisent, dans le même temps, un changement de base et une répartition des résidus, ce qui n'est possible que par une résolution par partition.

On a préféré, dans un premier temps, conserver les usages, qui consistent à réaliser, d'abord, une transformation conforme dite "d'Helmer" pour le premier degré, mais rien ne s'oppose à ce qu'on adopte des fonctions conformes plus compliquées : [1] et [2], puis, ensuite, une répartition des résidus, une fois que ceux-ci auront été jugés acceptables, par un examen visuel ou informatique. Les "poids" une fois déterminés, on remarque que si :

$\sum_{i=1}^n \Delta \hat{a}_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \bar{p}_i = 0$, la somme des "poids" est nulle si la somme des résidus est nulle, puis on calcule en tout point du champ des points transformés les corrections à apporter aux coordonnées compensées dans la transformation initiale :

$\Delta \hat{a} = \sum_{j=1}^n \bar{p}_j \cdot h(\hat{X}_j - \hat{X})$ ou \bar{p}_j est le poids calculé affecté au point j, \hat{X}_j les coordonnées du point d'appui j, \hat{X} les coordonnées d'un point à transformer issu de la compensation initiale, et $\Delta \hat{a}$ les corrections à apporter à ces coordonnées. Les coordonnées définitives seront donc $\hat{X} + \Delta \hat{a}$ On notera qu'on a conservé l'habitude de créer un point d'appui fictif au centre de gravité des points d'appui en lui affectant des résidus nuls : $\Delta \hat{a}_G = \hat{Q}$ afin de stabiliser les résultats des situations particulières dans lesquelles les points d'appui sont mal répartis.

Soit H la matrice carrée symétrique composée des termes en $h(\hat{X}_j - \hat{X}_i) = h_{ji}$, son inverse sera H^{-1} , on aura $\hat{p} = H^{-1} \cdot \Delta \hat{a}$ les coordonnées des points transformés seront égales à $\Delta \hat{a} = \sum_{j=1}^n \bar{p}_j \cdot h(\hat{X}_j - \hat{X})$, \bar{p}_j est la ligne j de la colonne $H^{-1} \cdot \Delta \hat{a}$

Il est assez difficile de visualiser les résultats, imaginons que quatre points d'appui soient situés aux sommet d'un carré de 100 m de côté, alors H^{-1} aura la forme suivante :

-0,0072 0,0051 0,0000 0,0051
 -0,0072 0,0051 0,0000
 -0,0072 0,0051
 sym -0,0072
 avec un point d'appui fictif central
 on aurait
 -0,0079 0,0043 -0,0008 0,0043 0,0036
 -0,0079 0,0043 -0,0008 0,0036
 -0,0079 0,0043 0,0036
 -0,0079 0,0036
 sym -0,0174
 Les résultats de l'exemple destiné à illustrer ce qui vient d'être exposé sont donnés dans les deux dernières colonnes de droite du tableau des résultats.

Conclusions

A la suite de la publication de [2] on a reçu des remarques fort pertinentes concernant le sort des coordonnées des points transformés, voisins des points d'appui, lorsqu'ils affichaient de forts résidus. On a trouvé une solution à ce problème dans [1], mais, à l'usage, elle est apparue comme non satisfaisante du point de vue numérique, et on a alors recherché une solution qui serait

très différente quant aux résultats, tout en restant dans l'esprit de cette proposition. On a porté notre choix sur une fonction $p_i = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$, puis sur la fonction, $p_i = e^{-\frac{x^2}{2}}$ les graphes de ces deux fonctions étant assez comparables. Toutefois, la première fonction, privée de ses festons a été préférée sans la moindre justification théorique, d'ailleurs. Cette fonction donne le minimum de corrections sur les points transformés, et concentre ces corrections autour des points transformés proches des points d'appui.

On a essayé successivement de répartir les résidus à l'aide de polynômes quelconques, pour constater, qu'en l'état, ce n'était pas la solution lorsque les points d'appui étaient mal disposés et qu'il fallait ajouter un point d'appui fictif au centre de gravité des points d'appui "naturels" afin d'éviter des divagations de la répartition des résidus. La solution classique de l'infographie n'était donc pas valable pour la topographie ! Puis on a cherché une contrainte supplémentaire susceptible de mieux encore stabiliser la solution.

Résultats

	Pondération		Transf Polyno		Transf polyn cont		Trans Conf cont		Interp pondérée	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	0,97	1,59	0,97	1,59	0,97	1,59	0,97	1,59	0,97	1,59
2	0,00	0,00	-9,48	11,75	2,42	1,19	-0,47	-1,35	0,75	0,46
3	0,00	0,00	-9,56	11,83	2,46	1,17	-0,61	-1,25	0,75	0,44
4	0,00	0,00	-9,37	11,48	2,59	0,83	-1,53	0,20	0,69	0,34
5	2,23	-0,10	2,23	-0,10	2,23	-0,10	2,23	-0,10	2,23	-0,10
6	-0,07	0,28	0,58	-0,10	-0,13	0,11	-0,26	-0,63	0,16	0,25
7	-2,77	0,73	-2,77	0,73	-2,77	0,73	-2,77	0,73	-2,77	0,73
8	0,00	0,00	-12,35	9,67	-1,24	-0,47	0,84	0,05	-0,55	-0,33
9	-0,43	-2,23	-0,43	-2,23	-0,43	-2,23	-0,43	-2,23	-0,43	-2,23
10	0,17	-0,59	0,64	-1,51	-0,34	-1,18	-0,74	-0,91	0,03	-0,97
11	0,26	-0,34	0,99	-0,95	-0,14	-0,55	-0,62	-0,20	0,28	-0,28
12	0,79	1,29	-4,73	6,03	0,81	0,68	1,21	-0,65	0,59	0,59
13	0,80	1,32	-4,88	7,31	1,62	1,55	1,71	-0,81	0,84	0,95
14	0,00	0,00	-6,41	8,67	1,72	1,40	1,38	-1,28	0,78	0,76
15	0,00	0,00	-6,34	8,30	1,48	1,18	1,30	-1,17	0,71	0,69
16	0,00	0,00	-7,35	9,10	1,45	1,02	1,00	-1,32	0,65	0,56
17	0,00	0,00	-7,40	8,28	0,80	0,47	0,93	-1,08	0,46	0,33
18	0,72	1,18	-5,38	6,58	0,81	0,62	1,18	-0,79	0,56	0,52
19	0,79	1,30	-4,60	5,99	0,81	0,68	1,21	-0,64	0,59	0,60
20	0,72	1,19	-5,47	7,52	1,42	1,25	1,47	-0,95	0,75	0,79
21	0,00	0,00	-9,72	11,08	1,71	0,59	-0,99	-0,01	0,48	0,27
22	0,00	0,00	-9,06	10,87	2,27	0,64	-1,46	0,66	0,59	0,30
23	0,00	0,00	-9,13	10,12	1,36	0,37	-1,08	0,88	0,30	0,24
24	0,00	0,00	-9,94	10,47	0,90	0,30	-0,69	0,31	0,22	0,18
25	0,00	0,00	-10,03	8,93	-0,67	0,06	-0,39	1,31	-0,54	0,13
26	0,00	0,00	-9,31	8,52	-0,46	0,10	-0,57	1,46	-0,49	0,18
27	0,00	0,00	-8,41	7,96	-0,22	0,13	-0,71	1,60	-0,43	0,23
28	0,00	0,00	-8,55	7,53	-0,81	0,14	-0,64	1,71	-0,74	0,24
29	0,00	0,00	-9,52	8,16	-1,01	0,11	-0,47	1,62	-0,78	0,18
30	0,00	0,00	-10,31	8,63	-1,18	0,07	-0,28	1,51	-0,81	0,12

On a essayé une fonction polynomiale conforme, tout en conservant le point d'appui fictif, ce qui a encore réduit l'importance des résidus à répartir, mais a entraîné des problèmes de calculs numériques si le nombre des points d'appui est grand.

Enfin, on a recherché une solution à ce dernier problème, car il apparaissait difficile de traiter plus de dix points d'appui en augmentant, indéfiniment, le degré des polynômes. On a donc adapté une méthode dans laquelle les interpolants sont des combinaisons linéaires des valeurs d'une fonction radiale de base entre le point considéré et tous les points d'appui, c'est-à-dire un compromis entre la première méthode décrite et les autres. Autre avantage, le calcul commence par une traditionnelle transformation conforme du premier degré dite de Helmert, puis se poursuit par une répartition des résidus dans le champ des points transformés. ●

Références

- [1] 1995 - J.J Levallois : *Représentations conformes et adaptations* in XYZ N°64, 3^e trimestre
- [2] 2002 - C. Million : *L'application d'un système de coordonnées dans un autre référentiel* in XYZ N°90, 1^{er} trimestre.
- [3] 2002 - Francis J Narcowich - *Notes on Scattered Data Radial Function Interpolation* - Internet .
- [4] 2004 -Greg Turk, James F O'Brien - *Shape Transformation Using Variational Implicit Functions* - Internet

ABSTRACT

After the application of points from a frame to an other frame, if the system is overdetermined it remains, on the control points on which the transformation is based, some residuals of the adjustment. If we assume that the positions of these control points are true, the positions of the transformed points, which lie in their immediate neighbourhood shows some discrepancies which could not be acceptable, the residuals of the control points being not shared by all the others points of the net. We developed a repartition method saving all the benefits of the adjustment.

Que d'eau, que d'eau...

■ Robert CHEVALIER

Années 50, département du Loiret. Le Fuzin, petite rivière se jetant dans le Loing, déroule mollement ses méandres à travers les plaines du Gâtinais. Dans son cours aval, il a, ainsi que ses affluents, une fâcheuse propension à sortir de son lit sporadiquement et à se répandre sur plusieurs centaines de mètres dans les terrains avoisinants, qui dans l'impossibilité d'être cultivés se retrouvent transformés en zone marécageuse couverte de roseaux et autres herbes aquatiques.*

Malgré des faucardages fréquents, le cours de cette rivière continue à s'écouler trop lentement pour pouvoir absorber ces crues occasionnelles qui se déclenchent lors de précipitations excessives. Le nombre important de drainages réalisés dans la région y contribue aussi grandement, par l'accroissement du volume d'eau d'écoulement dans les bassins versants.

Le service du Génie Rural, conscient de ce problème et soucieux de promouvoir la remise en culture de ces zones inondables, décide de procéder au recalibrage du Fuzin, par des travaux de curage et d'élargissement. Un important cabinet de géomètres de la région parisienne dans lequel j'effectuais mon tout premier stage de préparation au DPLG, est retenu pour ce marché qui comportait non seulement la topographie préalable, mais aussi l'étude du projet, le pilotage et la surveillance des travaux.

Une étude qui ne pouvait qu'enthousiasmer le débutant que j'étais, déjà attiré par ce que j'appellerais de la "topographie appliquée", c'est-à-dire débouchant sur une réalisation concrète.

En équipe avec un chef de brigade expérimenté, nous voici donc en route pour Beaune-la-Rolande, petite ville proche du théâtre d'opérations, choisie comme lieu d'hébergement. Nous sommes véhiculés par notre vieille Citroën B12, transformée astucieusement en camionnette tôlée, avec un aménagement intérieur fait de casiers destinés à recevoir le matériel. Véhicule démodé certes, mais bien efficace cependant, malgré d'innombrables pannes dues sans doute à l'usage un peu excessif qu'on lui faisait subir, notamment en tout terrain, ce qui n'était assurément pas sa vocation.

Petite reconnaissance traditionnelle du terrain, pour appréhender les difficultés et définir les modes opératoires, mais, surprise et déception : il se trouve que le Fuzin est encore en fin de crue à ce moment là !

A perte de vue, des étendues d'eau parsemées d'une végétation exubérante due à l'abandon de ces terrains depuis bien longtemps. Le lit normal de la rivière se distingue à peine grâce à un



vague talutage et quelques touffes de joncs. C'est vraiment la jungle ! Et cependant il faut bien procéder au lever du profil en long et de nombreux profils en travers.

On arrive à la conclusion évidente qu'il faut de toute façon un bateau pour pouvoir sonder la rivière dont la profondeur maxima s'avèrera plus tard être de deux à trois mètres (suffisant pour se noyer !) On ne nous avait évidemment fourni aucun moyen pour faire face à cette situation, sans doute non prévue. Nous nous trouvons donc dans une situation classique et constante dans notre

métier, qui nécessite toujours débrouillardise, astuce et sens pratique, toutes choses non enseignées dans les écoles...

Le hasard qui est souvent l'ami du géomètre, fit bien les choses : nous découvrons enfoui dans les roseaux et à moitié coulé, un esquif réalisé sans doute par des bricoleurs malins à partir d'un réservoir de carburant largué par les avions alliés durant la guerre 39/45. Ces réservoirs supplémentaires de forme oblongue et d'une longueur de 2 à 3 mètres étaient utilisés pour

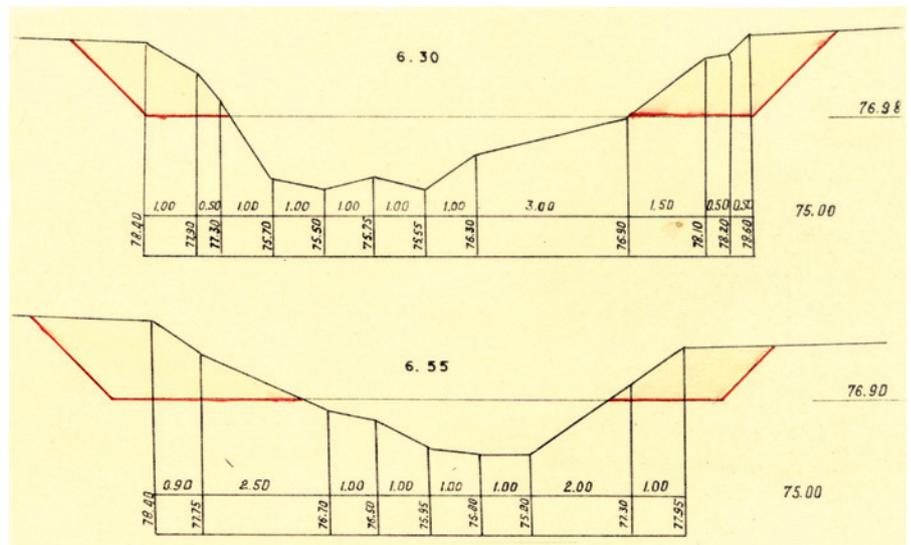
*Ou Fusain sur des documents plus récents



accroître le rayon d'action des avions et se trouvaient un peu partout dans les années de l'après-guerre. Celui que nous avons découvert avait été découpé en deux dans le sens de la longueur, il se présentait sous la forme d'une demie coque assimilable à une embarcation rudimentaire. Le problème, c'est qu'il n'y avait ni quille ni dérive, juste un embryon d'où une instabilité remarquable.

J'en fais l'expérience en voulant m'y installer. Ce qui se traduit instantanément par un plongeon mémorable. Heureusement, encore la chance ! mon collègue avait fait du skiff dans sa jeunesse, ce qui lui permet avec moult précautions d'embarquer sans incident. Evidemment, il était nécessaire de bouger le moins possible, mais suffisamment pour se déplacer avec une pagaie improvisée et surtout pour enfoncer dans l'eau une sonde confectionnée avec un liteau gradué. Il fallait presque se retenir de respirer car le niveau de l'eau était souvent à quelques centimètres du bord.

On décide que pour chaque profil en travers, on tendrait entre 2 jalons implantés sur la berge et au ras de l'eau, une corde avec des rubans de couleur tous les mètres, ce qui permettrait de repérer les points de sondage, opération à refaire évidemment à chaque profil. On imagine le temps passé (104 profils sur une longueur de 13 km, soit un tous les 125 m environ). L'opérateur se déplacerait le long de la berge avec un tachéomètre de type Sanguet, utilisé tantôt en tant que tel, tantôt comme niveau avec le cli-



mètre bloqué à 0 pour déterminer l'altitude de référence des profils en travers. Les jeunes générations qui liront ces lignes penseront sans doute qu'on utilisait alors des moyens préhistoriques, comparés aux techniques actuelles mettant en œuvre GPS et sondeurs multifaisceaux qui auraient permis de traiter ce chantier en un rien de temps. Mais même à notre époque il faut toujours se déplacer, subir différents avatars et régler des problèmes en permanence. On peut d'ailleurs se demander si la topographie est un métier intellectuel qui se fait avec les mains, ou un métier manuel qui se fait avec la tête ?

Bref ce travail tourne vite à l'aventure quand l'opérateur que j'étais alors commence à progresser le long de la berge, car non seulement elle était souvent recouverte d'eau, mais celle-ci cachait les irrégularités du sol, invisibles, de telle sorte que ce liquide qui arrivait en général en dessous du haut des bottes, pouvait passer carrément au dessus et parfois jusqu'à la taille ! Pour limiter autant que faire se peut ce genre d'immersion involontaire, aussi bien pour les géomètres que pour et surtout le matériel, il est décidé que le porte-mire progresserait en éclaircur en testant la profondeur de l'eau avec sa mire, pour localiser les trous éventuels. On avait pourtant été mis en garde par un indigène qui nous avait prévenu qu'il y avait des "bimes" (traduisez = pluriel de l'abîme...). Malheureusement, notre pauvre aide, qui n'était ni très jeune, ni très lesté se retrouva à l'eau plus souvent qu'à son tour.

Le point fort fut la traversée de quelques modestes affluents du Fuzin, sur lesquels les riverains avaient édifié des passerelles sommaires à l'aide de deux rails parallèles, reliés par des dalles en béton. Hélas, ce béton avait été depuis longtemps emporté par les crues, il fallait donc traverser avec un pied sur chacun de ces rails glissants. Inutile de dire qu'il y eut là encore quelques ploufs retentissants.

Je ne peux m'empêcher d'avoir une pensée émue pour ce collaborateur fidèle, compagnon de tous les projets d'amélioration foncière que nous réalisons dans la région (drainages, remembrements, etc.) modèle de dévouement et de bonne humeur malgré toutes ces péripéties. Ajoutons que, recruté localement, il rentrait tous les soirs chez lui à Beaumont-en-Gatinais à bicyclette. Quelle santé !

Le relevé se poursuit lentement mais sûrement, la technique s'améliore, les plongeurs se font plus rares, la chaleur ambiante permet de se sécher plus rapidement, mais la végétation très dense est le principal obstacle à la progression et aux visées.

Moi qui à l'époque rêvais de faire carrière dans ce qu'on appelait alors les "Colonies", j'étais servi ! Bien plus tard, j'eus l'occasion de patauger dans les marigots africains : il n'y avait aucune différence... si ce n'est peut-être les bestioles, grouillant dans l'eau, mais nous n'en étions pas vraiment à l'abri :

Un jour où je faisais une station sur un petit pont, enfin un vrai pont ! bien

■ ■ ■ ferme, bien sec, je jette un œil sur le cours d'eau en contrebas. Cette vision verticale permet de voir la transparence relative de l'eau, et là, surprise et horreur, je vois des serpents d'eau, blanchâtres et répugnants grouiller autour de notre brave porte mire, quasiment entre ses jambes. Je ne lui en parlais lâchement qu'à la fin de la mission, pour ne pas l'effrayer. Précisons cependant que ces couleurs n'étaient en aucun cas dangereuses (selon les autochtones).

Bien sur, tous les midis et tous les soirs, il fallait refaire le chemin, à l'envers, le matériel sur l'épaule en pataugeant à qui mieux mieux, pour retourner à la camionnette, car on ne poussait pas l'abnégation jusqu'à pique-niquer les pieds et le derrière dans l'eau. Il fallait aussi ramener le bateau chaque soir par voie d'eau et le fixer sur le toit de la B12, pour que des gamins espiègles ne nous le barbotent pas. Ajoutons que parmi les baignades involontaires, la plupart furent à l'actif du porte-mire, quelques unes à celui de l'opérateur, mais aucune pour le "navigateur sondeur" dont il faut louer l'adresse et le professionnalisme. Je ne m'étendrai pas d'avantage sur le déroulement de ces opérations de terrain, techniquement assez banales si ce n'est tous ces incidents, dans cette phase du travail qui sera toujours la plus excitante pour un vrai géomètre.

Ensuite processus classique : retour au bureau, calculs des cheminements (à la Vaucanson bien sur) et des carnets, à la main comme il se doit. Puis report des profils et ensuite, passage à l'étude du projet, opération nettement plus valorisante. Enfin détermination du gabarit final des profils en travers puis calcul des cubatures de déblaiement (85 000 m³ environ)

Les quelques ponts qui enjambaient le Fuzin, sous dimensionnés, constituaient un obstacle majeur à l'écoulement de l'eau, se transformant en barrages lors des crues. Ils durent être remplacés par des ponts aux normes modernes permettant un accroissement considérable du débit.

Tout ceci faisait partie de l'étude du projet. Précisons que le calcul des ces ouvrages d'art sortant du cadre des compétences du géomètre fut confié à

un spécialiste. L'aboutissement de toutes ces études coula de source (c'est le cas de le dire) et sort du propos anecdotique de ce texte : choix d'une entreprise, réalisation des travaux de terrassement sans oublier l'abattage des arbres en bordure de rivière.

Quand tout fut fini, quel plaisir de voir s'écouler une onde transparente et sans obstacles sous les ponts tout neufs, satisfaction aussi d'avoir œuvré utilement pour la communauté et l'économie régionale et enfin une sorte de jubilation d'avoir été un des acteurs d'opérations dans lesquelles le géomètre faisait non seulement de la topographie mais aussi de l'hydraulique, de la conception d'ouvrage et du guidage de travaux, tout ceci entrant parfaitement dans le cadre de mon goût personnel pour une topographie utile, goût que je concrétiserai plus tard par une carrière dans les Travaux Publics. Petite parenthèse : ce travail m'avait tellement intéressé que je le présentais quatre ans après à l'examen final du DPLG.

Rappelons à cette occasion qu'à l'époque où ce titre avait un sens, le candidat devait présenter pour les épreuves pratiques divers travaux auxquels il avait participé.

Certains stagiaires peu scrupuleux et soucieux de ne pas compromettre leur avancement en changeant plusieurs fois de stages pour couvrir les diverses facettes de la profession, se "prêtaient" des dossiers de travaux dans lesquels ils n'avaient pas été impliqués (on peut bien le révéler 50 ans plus tard, il y a prescription !)

Heureusement que je n'étais pas entré dans ce genre de supercherie, car le hasard, ou une sélection délibérée du jury, fit que je fus interrogé par l'Ingénieur en chef du Génie Rural qui avait initié et supervisé ce chantier, personnage que modeste stagiaire, je n'avais évidemment jamais rencontré avant. Bien m'en pris d'avoir présenté un projet auquel j'avais participé personnellement et sur lequel j'étais incolable.

Encore une remarque : à l'heure où notre pays est confronté de plus en plus souvent à des problèmes de crues engendrant hélas des dégâts majeurs,

Avant



Après



cette modeste étude me semble exemplaire d'une solution qu'on peut envisager, parmi d'autres et quand c'est possible bien sur, pour essayer de mettre un terme aux effets catastrophiques de certaines inondations. Encore faut-il investir de l'argent et un peu d'imagination. En conclusion, il faut souligner que ce projet s'inscrivait dans le cadre du réaménagement général du secteur dont la chaîne complète était : travaux de drainage, création d'émissaires, amélioration du débit des rivières, mise en remembrement des zones rendues à l'agriculture, autant d'opérations qui faisaient appel au savoir-faire du géomètre-topographe, illustrant ainsi l'universalité de notre beau métier dans ses innombrables applications. ●

Ce genre d'article, qui ne comporte ni fait exceptionnel, ni "chute" a pour simple objet de présenter, de façon anecdotique, des tranches de vie professionnelles d'une époque encore proche et déjà lointaine qui intéresseront et amuseront (peut-être) nos jeunes confrères. Amis géomètres, topographes ou géodésiens de tout poil, n'hésitez pas à prendre la plume pour raconter des histoires du passé liées à l'exercice de nos professions.

De l'eau pour nos nouveaux amis

■ Florent DESSENS

À ses fourneaux la cuisinière ne tourne pas ses sauces avec le même enthousiasme suivant qu'elle reçoit des amis ou un conjoint qui n'arrive pas à vider sa tête de ses soucis quotidiens... et les discussions d'après repas ne sont pas les mêmes non plus !

Nos ingrédients se sont la mise en application de techniques apprises à l'école, nos convives deviennent compagnons de voyage dans un milieu nouveau et dépaysant, et notre après repas c'est le service rendu, la connaissance des uns les autres pour ce qu'on a fait ensemble dans un pays surprenant, et surtout les rencontres imprévues : l'accueil et le dévouement des Sœurs qui hébergeaient la mission topographique, le sourire des enfants omniprésents, la gentillesse de tous les villageois rencontrés.

François BODIN

Au-delà du technique, l'aspect le plus fondamental de notre mission reste le côté humain. C'est en effet la contrepartie de notre engagement, découvrir de nouvelles cultures et profiter d'un enrichissement mutuel, au contact d'une population ouverte.

En effet, dès le premier échange, nous fûmes surpris par la gentillesse, l'hospitalité et la tolérance de nos hôtes. Ces traits de caractères se confirmèrent au fur et à mesure de notre immersion dans la culture malgache.

Sur cette île continent, encore appelée île rouge, le décalage avec notre culture occidentale est saisissant. Comment aurions

nous pu imaginer un tel pays, qui chante, danse et s'amuse en toutes circonstances, de la naissance à la mort, au travers de notre regard européen ?

La diversité des paysages est à l'image de la mosaïque ethnique constituant cette région du monde, animée par des croyances et des traditions ancrées au plus profond des âges. C'est d'ailleurs au sein de ces croyances qu'une certaine unité se dégage, par l'intermédiaire du culte des ancêtres notamment, qui célèbre la science de la vie ou encore le retournement des morts (Famadihana) qui est l'une des plus grandes fêtes.

Néanmoins, la précarité quotidienne qui entoure les malgaches é mousses sans cesse l'équilibre en place, instaurant une instabilité politique constante.

La fragilité de cette unité s'incarne dans le paradoxe entre la solidarité nécessaire à la survie à des conditions de vie misérables d'une part, et les tiraillements et querelles fratricides qui engendrent de nombreux sabotages et règlements de comptes d'autre part.

Ce sont les échanges quotidiens qui nous ont le plus marqué, avec des adultes soucieux de participer à l'aménagement que nous mettions en place, et des enfants intrigués par nos appareils.

Nos repères habituels n'ont plus cours ici, loin des routes, de l'électricité et de tout notre confort moderne, nous nous accoutumons à un autre mode de vie.

A travers cette aventure, ESGT International, en offrant ses compétences à une population aussi démunie qu'attachante, démontre que notre domaine d'activité peut aider de nombreuses personnes. Tous les étudiants garderont un souvenir impérissable de cette mission, des rencontres humaines saisissantes aux paysages extraordinaires, gardant à l'esprit la conception de l'humanitaire qui leur est chère : l'échange. ●



Molnar et Knifer : l'alp

■ Jean-Pierre MAILLARD

*Si l'on veut bien croire
au Créateur, la montagne
est en elle-même une œuvre
qui ne lasse pas les yeux.
A quinze kilomètres d'Annecy,
à Alex précisément, elle recèle
aussi des œuvres humaines qui,
s'inspirant de la grandeur du
lieu, cherchent à élever le regard.*

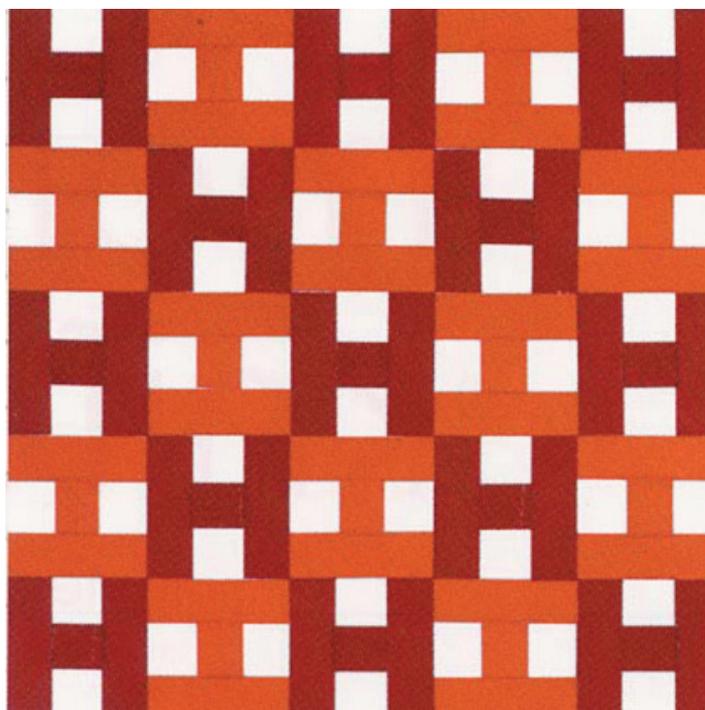
Sur l'initiative de Claudine et Jean-Marc Salomon, héritier des skis du même nom, le château d'Arenthon change de vocation pour servir l'art contemporain. L'édifice, un des premiers exemples d'architecture Renaissance en Haute-Savoie, a été largement remanié par son propriétaire, lui-même architecte, pour privilégier des espaces d'exposition conformes aux critères de la muséographie moderne.

La fondation

La fondation qui porte leur nom constitue un prolongement de leur passion de collectionneur. Sa vocation première vise à offrir des clefs de lecture et de compréhension à un public novice et curieux des réalisations d'aujourd'hui. Ce souci du partage s'exprime aussi par la publication d'ouvrages spécialisés et la tenue de tables rondes à l'occasion de chaque exposition. Cette volonté culturelle, éducative et éditoriale a été actée par le décret du 11 avril 2001 qui a reconnu la fondation d'utilité publique.

L'exposition

Au cours du printemps 2004, l'exposition "Lignes et Méandres" montre des œuvres de Véra Molnar et Julije Knifer. Elle retrace le parcours singulier des deux artistes qui fêtent cette année leurs quatre-vingts ans. La particularité de la présentation porte sur deux réalisations murales in situ. Elles illustrent



parfaitement le titre de l'exposition. Véra Molnar s'est chargée d'une ligne brisée dans la chapelle du château qui s'arrache du sol, court sur les quatre murs selon un rythme faussement brownien pour finalement atteindre le ciel. Pour sa part, Julije Knifer a formé, sur un autre mur, un ensemble de ses méandres métrés qu'il ne se lasse pas de reproduire.

On devine le dilemme de Claudine et Jean-Marc Salomon à la fin de l'exposition quand il leur faudra renoncer à la présence et à la force des peintures. Cependant, les couleurs dominantes étant le noir et le blanc, et les lignes et méandres si parfaitement géométriques, on peut penser que leur restitution sera somme toute plutôt facile.

C'est d'autant plus vrai que la recherche des deux artistes, héritiers de l'enseignement de Malevitch qu'ils ont reçu d'un élève de ce dernier, vise à peindre l'absence des choses. Il n'est donc pas étonnant que l'un et l'autre soient arrivés quelquefois au même méandre à tel point qu'il est impossible d'en recon-

naître la signature. A ce moment ils considèrent certainement que la forme a atteint son autonomie et, partant, qu'elle a re-révéilé un des signes les plus anciens de l'humanité, cette courte ligne brisée, "M" ou "W" dans la quelle d'aucuns y voient la figure du temps, la marque des changements d'humeur.

Les "H" de Véra Molnar

Tout est carré. Le tableau est carré, chaque "H" s'inscrit dans un carré. Le nombre de "H" est égal à vingt-cinq lui-même le carré d'un nombre. Et pourtant, la position horizontale du "H" renforcée par la couleur rouge sombre ou celle, verticale, soulignée par le rouge clair laisse à penser, illusion d'optique oblige, que les "H" sont rectangulaires. Ainsi chaque ligne constitue un claustra séquencé qui ne demande qu'à bouger, une construction alvéolée pleine de légèreté. L'essentiel du tableau porte sur l'intérêt de la répétition qui révèle une ambiance chromatique régulière et sereine.

habet de l'abstraction



Le "M" de Julije Knifer

Le "M" présenté, comme tous les autres, est l'expression d'une monomanie en noir et blanc, une variation autour du motif du méandre qui caractérise son œuvre depuis quarante ans. D'autres passent leur temps à produire des haricots comme Vialat, ou des bandes comme Buren.

Pour Julije Knifer, c'est l'obsession de la lumière noire, l'utilisation au maximum du plein et du vide. Ce qui permet de reconnaître la valeur ajoutée de l'artiste, dans tous ses méandres, c'est une rupture volontaire dans la symétrie. Dans ce cas, un dessin normé n'aurait pas raccourci la première jambe du "M". Pourtant, c'est là où le créateur nous emmène, dans cette ouverture éclairée pour sortir de la répétition.

Véra Molnar

Véra Molnar est née en 1924 à Budapest où elle fait ses études à l'école des Beaux-arts. En 1947, c'est un professeur

d'histoire de l'art et d'esthétique qui quitte, avec son mari, la Hongrie pour la France où elle nourrit son goût de l'abstraction et cherche de nouveaux modes opératoires. Jusqu'en 1968, selon Vincent Baby, *"elle cherche à débusquer les secrets mathématiques qui président aux belles formes"*. Ainsi elle se lance dans des séries d'exercices de rationalisation en utilisant un alphabet "mondrianesque" jusqu'à mettre au point un système de programmation.

L'arrivée de l'ordinateur lui permet de multiplier ses expériences et de faire appel au hasard en introduisant, de façon systématique, une part de chaos dans les structures formelles. Elle ouvre ainsi le champ de la peinture à de véritables images non faites de la main de l'homme.

De 1985 à 1990 elle est chargée de cours d'art plastiques à la Sorbonne (Saint-Charles). Depuis ses œuvres sont présentes dans les grandes expositions européennes dédiées aux avant-gardes et à l'art abstrait géométrique.

Julije Knifer

Julije Knifer est également né en 1924 mais à Osijek, aujourd'hui en Croatie. Sa jeunesse est tourmentée par la guerre puisqu'il sera enrôlé à dix-huit ans dans l'armée du régime pro-fasciste croate. Il déserte, se cache, et ne sera repris, qu'au moment où les troupes de Tito entrent dans sa ville natale pour être finalement démobilisé en 1945. En 1956 il obtient le premier prix de l'académie des Beaux-arts de Zagreb. Ce diplôme lui permet d'échapper à la censure politique et esthétique de la Yougoslavie de l'époque et de voyager en Europe où il découvre l'art contemporain de son temps.

Dès 1961 il s'emploie à répéter à l'envi ses méandres qu'il fixera aussi bien aux murs, comme à Dijon, au sol dans une rue de Zagreb ou carrément dans une carrière sur une toile monumentale à Tübingen manifestant ainsi un net penchant pour la performance.

Depuis 1994 il vit et travaille à Paris. Il y cultive toujours sa figure préférée le "M" qui reste son leitmotiv plastique au point de se confondre avec son œuvre.

Vera Molnar et Julije Knifer se sont croisés au fil du temps et leurs travaux se rejoignent au sommet de l'abstraction géométrique. Il faut cependant ne pas cacher que leurs recherches sont à la limite de la perception du grand public et que du temps sera nécessaire pour qu'elles soient largement reconnues.

Il convient donc de saluer le mérite de la fondation Claudine et Jean-Marc Salomon qui offre au regard leur expression minimaliste ainsi que celui des autres médiateurs d'art et géométrie, en particulier la galerie Oniris de Rennes qui promeut les œuvres des deux artistes. ●