



propagation des erreurs sur les superficies d'un projet de remembrement traité au moyen d'un SIG

El Hassane SEMLALI – Institut Agronomique et Vétérinaire Hassan II

Résumé

L'identification des erreurs affectant les données géographiques et leur propagation à travers les opérations réalisées au sein d'un système d'information géographique font l'objet d'un nombre croissant de recherches depuis quelques années. Cette étude concerne l'estimation de la propagation des erreurs de position sur les superficies des parcelles remembrées. L'estimation des erreurs est faite sur plusieurs parcelles d'un secteur de remembrement rural, en considérant quatre cas de figures. Sous les considérations faites, les résultats montrent que l'on peut donner une estimation a priori sur les précisions des données de départ pour garantir des superficies qui respectent les tolérances appliquées au cadastre marocain.

Introduction

La qualité de l'information géographique est étroitement liée à la nature des erreurs dans les données de base. Ces données peuvent être entachées d'erreurs de magnitudes variables. L'existence des erreurs dans les données sources implique leur propagation par les moyens de traitement, puis leur subsistance dans les résultats dérivés et leur effet sur la prise de décision. Par conséquent, l'exactitude de ces résultats sera fonction des erreurs entachant les données et des erreurs intervenant dans les opérations d'analyse spatiale.

Dans cet article, nous étudions la propagation des erreurs de position dans la détermination des superficies attribuées dans le cadre d'un projet de remembrement rural traité au moyen du SIG-logiciel ArcInfo. Dans un premier temps, nous discutons la propagation des erreurs dans les opérations de superposition multicouches dans le cas du remembrement rural. Ensuite, nous développons les formules de la propagation des erreurs sur la superficie d'un polygone en général, puis dans le cas du remembrement en particulier. Nous terminons par une analyse des erreurs de position à ne pas dépasser pour respecter les tolérances sur les superficies réduites des parcelles remembrées.

Estimation de la précision des points d'intersection dans la superposition des plans parcellaires et des plans de classement des sols

Semlali et Donnay (1998) ont effectué une série de tests expérimentaux pour l'estimation de la précision des coordonnées des points d'intersection de deux couches de polygones en appliquant la loi de la propagation des erreurs.

Dans le cas du remembrement rural, pour déterminer les apports par classe de sols, on effectue la superposition des plans parcellaires et des plans de classe-

ment des sols. En général les plans parcellaires font l'objet d'un levé direct ou par des procédés photogrammétriques, alors que les limites des classes de sols ne sont connues qu'approximativement. La notion de précision de la carte de classement des sols est basée sur la précision de la carte pédologique. La précision de cette dernière est exprimée en fonction de la densité d'observation par unité de surface, c'est dire par une relation entre échelle et nombre d'observations, la densité idéale d'observation est d'une observation par 0,25 cm² de carte, soit une densité normale de 4 observations par cm², mais cette estimation serait vaine si elle ne fait pas intervenir la connaissance de l'organisation spatiale du milieu (Bourgeon et Bertrand, 1983). Les mêmes auteurs ajoutent que la connaissance du milieu implique l'acquisition d'un minimum d'information qui constitue un seuil, chaque seuil correspond à une étude plus détaillée du niveau d'organisation. L'estimation de l'exactitude d'une carte pédologique est donc une opération très délicate qui nécessite des études plus fines, la validité des études doit être établie en fixant des normes a priori.

Admettant ces hypothèses, on s'intéresse ici à connaître l'influence des erreurs dans les limites des classes de sols sur les points d'intersection avec les plans parcellaires.

Pour ce faire, nous avons sélectionné plusieurs parcelles de forme différentes, ayant un ou plusieurs points d'intersections avec les limites des classes de sols, dont les superficies varient entre 18 a et 3 ha. Ne disposant d'aucun élément pour estimer les précisions des coordonnées des parcelles, nous avons supposé, dans une première étape, que l'écart-type sur les coordonnées x et y des parcelles est égal à une fois l'erreur graphique (considérée égale à 0,1 mm), les plans parcellaires étant établis à l'échelle 1/5000, soit:

$$\sigma_x = \sigma_y = 0,5 \text{ m}$$

En gardant cette précision fixe, nous faisons varier la précision des limites des classes de sols en supposant une erreur égale à une fois, deux fois et quatre fois l'erreur graphique.

Les plans de classement des sols sont établis à l'échelle 1/25 000 (ou 1/20 000), en désignant par σ_u et σ_v les précisions sur les limites des classes de sols, on étudie l'influence de cette variation dans les trois cas suivants:

1^{er} cas: $\sigma_x = \sigma_y = 0,5 \text{ m}$ et $\sigma_u = \sigma_v = 2,5 \text{ m}$

2^e cas: $\sigma_x = \sigma_y = 0,5 \text{ m}$ et $\sigma_u = \sigma_v = 5 \text{ m}$

3^e cas: $\sigma_x = \sigma_y = 0,5 \text{ m}$ et $\sigma_u = \sigma_v = 10 \text{ m}$

Dans une deuxième étape, nous avons considéré une erreur sur les coordonnées

égale à deux fois l'erreur graphique aussi bien pour les parcelles que pour les limites des sols, c'est le quatrième cas étudié.

4^e cas: $\sigma_x = \sigma_y = 1 \text{ m}$ et $\sigma_u = \sigma_v = 5 \text{ m}$

Dans le premier cas, les précisions (en terme d'écart-type) sur les coordonnées des points d'intersection (désignés par x_0 et y_0) varient entre 0,6 m et 11,2 m pour x_0 ; entre 0,5 m et 19,8 m pour y_0 . Dans le deuxième cas, les précisions sur x_0 varient entre 0,9 m et 22 m, les précisions sur y_0 varient entre 0,6 m et 39 m. Dans le troisième cas, ces précisions varient entre 1,5 m et 43,7 m pour x_0 et entre 1 m et 77 m pour y_0 . Dans le dernier cas, pour x_0 on obtient des précisions allant de 1,2 m à 22,5 m, et pour y_0 les précisions sont situées entre 0,9 m et 39,6 m.

Nous remarquons que les écarts-types sur les coordonnées des points d'intersection croissent en fonction de l'écart-type sur les coordonnées des limites des classes de sols. En multipliant les écarts-types des coordonnées des classes de sols par deux, les écarts-types des coordonnées des points d'intersection sont également multipliés par un coefficient très proche de deux. Par contre, en doublant la précision des coordonnées des parcelles (passage du 2^e cas au 4^e cas), les précisions des points d'intersection restent presque identiques. Ce qui veut dire que la précision des points d'intersection est fortement influencée par celle de la limite des classes de sols qui est très variable. D'autre part, les valeurs maximales des écarts-types sur les points d'intersection sont obtenues dans le cas de deux parcelles adjacentes. Or la particularité de ces parcelles est qu'au point d'intersection, les segments d'arc du parcellaire et des limites de sols forment un angle très petit.

Nous concluons que la précision des points d'intersection du parcellaire et des classes de sols dépend de la précision des points de départ, elle est étroitement liée à la précision des limites des classes, elle dépend de la forme des parcelles et des angles d'intersection entre les limites des sols et les limites des parcelles.

Estimation de la précision sur les superficies

En analyse spatiale, on a souvent recours à une ou plusieurs opérations de superposition, et par suite un calcul de distance ou de superficie. Ce calcul de superficie, peut servir de base pour prendre une décision de construction, de destruction ou autre.

L'évaluation de la précision des superficies a été abordée en théorie et en pra-

tique mais surtout en mode image. Prisley et al. (1989) développent un modèle de variance et de covariance de la superficie des polygones adjacents. Ils mentionnent ensuite que la variance de la superficie pourrait être utilisée comme critère d'identification et, par conséquent, d'élimination des faux polygones qui proviennent des erreurs de numérisation des limites des polygones situés sur deux couches différentes. Zhang (1991) discute le fait que le modèle développé par Prisley et al. (1989) ne tient pas en considération les propriétés des points d'intersection lorsqu'il s'agit de polygones résultant de la superposition de deux couches de polygones.

Kiveri (1997), étudie un modèle de probabilité pour la propagation des incertitudes à travers les opérations de superposition, et aussi sur le calcul des distances et des superficies.

Dans cette étude on s'intéresse à déterminer les variances des superficies des parcelles à remembrer, ces superficies proviennent de la superposition du parcellaire et des cartes de classement des sols, elles sont à la base de tous les calculs de redistribution entamés dans un projet de remembrement rural.

Soit un polygone de n points, les coordonnées des sommets du polygone sont x_i et y_i . Le calcul de la superficie du polygone à partir des coordonnées se fait à l'aide de la formule (1).

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_{i-1} \times (x_i - x_{i-2}) \quad (1)$$

Sachant que les coordonnées x_i, y_i sont connues avec une précision σ_x, σ_y , les covariances entre les coordonnées sont notées σ_{xy} . On forme la matrice de covariances de ces coordonnées, c'est une matrice de dimension 2n (Davis et al, 1981).

La matrice des dérivées partielles de S par rapport aux coordonnées contient une ligne et 2n colonnes, les colonnes i et i + 1 de cette ligne se présentent sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} j_i &= 0,5 \times (y_{i-1} - y_{i+1}) \\ j_{i+1} &= 0,5 \times (x_{i+1} - x_{i-1}) \end{aligned} \quad (2)$$

Enfin, on obtient la variance sur la superficie S par l'application de la loi de la propagation des variances covariances (Davis et al, 1981).

a. Propagation des erreurs sur les superficies dans le cas du remembrement

Dans le cas du remembrement, pour chaque propriétaire, on procède au calcul des superficies à attribuer en plusieurs étapes. On commence par calculer les

superficies par classe de sols, puis ces superficies partielles sont converties en valeurs réelles puis en valeurs réduites. Les valeurs réduites sont obtenues en multipliant les valeurs réelles par un coefficient de répartition calculé pour l'ensemble du secteur à remembrer (équation 5). Ces valeurs réduites sont les valeurs qui vont servir pour la redistribution des parcelles aux propriétaires. Par conséquent, pour évaluer la précision des superficies, il faut estimer les précisions des superficies par classe, puis la précision sur le facteur de répartition et enfin la précision sur la superficie réduite qui sera attribuée au propriétaire.

Supposons que l'on se situe dans un projet de remembrement avec trois classes de sols. Si une propriété contient les trois classes, alors sa superficie est notée :

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \quad (3)$$

La superficie S est convertie en valeur réelle en multipliant chaque superficie partielle S_i par sa valeur V_i , la valeur réduite est calculée en multipliant la valeur réelle par le coefficient de répartition k . La valeur réelle V , la valeur réduite V_d et la superficie réduite S_d de la propriété seront :

$$\begin{aligned} V &= S_1 \times V_1 + S_2 \times V_2 + S_3 \times V_3 \\ V_d &= k \times V \\ S_d &= k \times V \end{aligned} \quad (4)$$

Notons que le coefficient de répartition k est calculé en fonction du rapport entre la superficie totale réduite du secteur S_{ds} et la superficie totale réelle du secteur S_{rs} . La superficie totale réduite du secteur représente la somme des superficies des blocs d'aménagement où seront recasés les futurs propriétaires.

$$k \approx \frac{S_{ds}}{S_{rs}} \quad (5)$$

La précision de la valeur réduite V_d sera donc fonction des erreurs sur :

- La détermination des superficies des classes, donc des coordonnées des limites des classes de sols et des limites des parcelles,
- La détermination des valeurs des classes de sols, cette détermination est fonction de plusieurs paramètres tels que la nature du sol, sa productivité, son rendement en fonction des cultures pratiquées, etc. Ces valeurs sont déterminées par une commission de remembrement en se basant sur des études statistiques, sur des études pédologiques et des sorties sur le terrain, ce type d'erreur est une erreur

d'attribut qui est l'erreur sur la valeur accordée à la classe de sol,

- Le coefficient k qui est fonction de la superficie totale réelle du secteur et de la superficie totale réduite du secteur.

L'estimation de l'erreur sur la détermination des valeurs des classes est une tâche qui nécessite une étude de tous les facteurs qui rentrent dans la détermination de ces valeurs. Pour notre étude, nous supposons que les erreurs sur les valeurs des classes sont nulles. Dans ce cas, nous utilisons la superficie réduite au lieu de la valeur réduite. Pour estimer la précision de la superficie réduite (σ_{S_d}) nous développons une formule de la variance de cette superficie réduite en se basant sur les équations précédentes (équations 3, 4 et 5) :

$$\begin{aligned} \sigma_{S_d}^2 &= k^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \\ &+ \sigma_1^2 (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) + 2\sigma_{ks} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{\sigma_{S_d}^2}{S_{rs}^2} + \frac{S_{S_d}^2}{S_{rs}^2} \times \sigma_{S_s}^2$$

En considérant que le coefficient k est exempt d'erreur et que les covariances entre ce coefficient et les superficies partielles sont nulles, une estimation de la précision de la superficie d'une propriété composée de trois classes de sols est donnée par l'équation (7).

$$\sigma_{S_d} = \sqrt{k^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \quad (7)$$

Où σ_1 , σ_2 et σ_3 représentent les précisions sur les superficies partielles des classes de sols. Ces superficies sont obtenues par la superposition des plans parcellaires aux plans des classes de sols.

Pour évaluer les précisions sur les superficies réduites des propriétés, nous avons choisi un secteur de remembrement situé dans la région d'El Jadida située à 180 km au sud de Rabat. Dans une étude préalable, nous avons traité les calculs de remembrement pour une partie de ce secteur au moyen du SIG-logiciel ArcInfo (Semlali, 1999). Ensuite, nous avons sélectionné une série de parcelles ayant différentes caractéristiques. Nous distinguons des parcelles avec trois classes de sols, d'autres avec deux classes et d'autres avec une seule classe de sol.

En supposant que les covariances entre les coordonnées d'une même parcelle et aussi entre les coordonnées des parcelles et des classes de sols sont nulles, nous avons considéré deux cas pour estimer les précisions sur les superficies réduites, le cas des parcelles à une seule classe de sol

et le cas des parcelles à plus d'une classe de sol.

b. Estimation des précisions des superficies pour les parcelles à une classe de sol

Dans ce cas les superficies des parcelles sont déterminées directement à partir du parcellaire. Les limites des classes de sols n'interviennent pas dans ces calculs. Nous déterminons une estimation de la précision des superficies réduites en considérant que les écarts-types sur les coordonnées des parcelles sont de 1 m. Le résultat des calculs pour 13 parcelles choisies de différentes formes, et dont le nombre de sommets varie entre 6 et 28, est présenté dans la table 1. Les superficies des parcelles varient entre 14 a et 11 ha. Les précisions des superficies varient entre 57 ca et 397 ca.

Ce qui nous intéresse dans ces estimations, c'est de savoir si les précisions adoptées sur les coordonnées satisfont aux normes de calcul des superficies appliquées au cadastre. Autrement dit avec quelle précision doit-on assurer les coordonnées des parcelles pour obtenir des superficies qui répondent aux tolérances appliquées par le cadastre marocain ?

Pour cela, nous avons calculé les tolérances sur les superficies en se référant à la table de détermination des tolérances sur les superficies (DCFTT, 1976).

La comparaison des précisions aux tolérances montre que toutes les précisions obtenues sont inférieures aux tolérances exigées par le cadastre. Nous pouvons conclure pour ce secteur que, en l'absence de corrélation entre les coordonnées d'une même parcelle et en combinant, toutes les erreurs à partir de la phase collecte des données; en passant par les phases de saisie; de transformation et de traitement, si on peut assurer une erreur inférieure ou égale à un mètre sur les coordonnées des parcelles qui ont une seule classe de sol, alors on peut facilement garantir aux propriétaires des superficies qui respectent les tolérances appliquées par le cadastre marocain.

c. Estimation des précisions pour les parcelles à plusieurs classes de sols

Dans cette partie nous avons sélectionné une dizaine de parcelles qui ont deux ou trois classes de sols parmi les parcelles traitées dans le même secteur. Nous avons tout d'abord déterminé les coordonnées des points d'intersection entre les parcelles et les limites des classes de sols. Ensuite, nous avons déterminé les précisions sur les coordonnées des points d'intersection en appliquant les équations

| Numéro Parcelle | Sup-réduite m ² | Nombre de sommets | Précision m ² | Tolérance m ² |
|-----------------|----------------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| NF435 | 1411 | 6 | 58 | 106 |
| NF425 | 1802 | 7 | 57 | 120 |
| NF310 | 6928 | 11 | 102 | 236 |
| NF421 | 7359 | 17 | 93 | 244 |
| NF395 | 11504 | 10 | 147 | 304 |
| NF642 | 16010 | 17 | 193 | 360 |
| NF593 | 17098 | 19 | 155 | 370 |
| TF226 | 17890 | 7 | 185 | 380 |
| NF430 | 21035 | 21 | 161 | 412 |
| NF510 | 30274 | 18 | 193 | 495 |
| NF985 | 34028 | 24 | 169 | 525 |
| NF601 | 37574 | 28 | 201 | 552 |
| TF221 | 1114105 | 18 | 397 | 960 |

Tableau n° 1 : Précision des superficies des parcelles à une seule classe de vol

de la propagation des variances covariances (Semlali, 1998).

Enfin, en se servant des équations 3, 5 et 7, nous avons estimé les précisions sur les superficies réduites des parcelles. Tous ces calculs sont effectués en envisageant les quatre cas de figures présentés précédemment.

Un résumé des résultats des calculs pour 15 parcelles différentes est présenté dans la table 2 pour les quatre cas. En pas-

sant du deuxième au troisième cas, les précisions calculées sont presque doublées, c'est-à-dire qu'elles suivent la variation de l'erreur sur les limites des classes, en supposant que les covariances sont nulles.

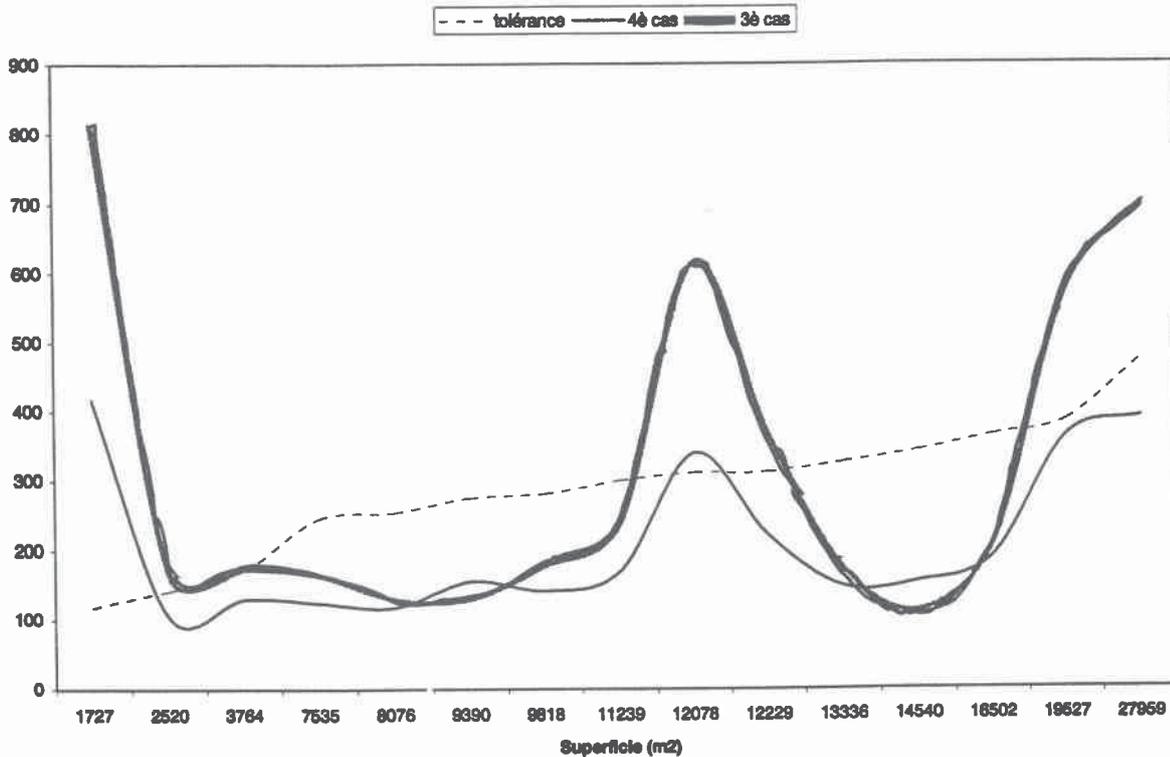
La comparaison des précisions sur les superficies aux tolérances cadastrales montre que pour le deuxième cas, une seule superficie dépasse la tolérance, elle correspond à la parcelle qui a la plus grande erreur au point d'intersection avec la li-

mite sol. Pour le troisième cas, on compte presque 40 % des cas hors tolérance. Ces parcelles sont celles pour lesquelles les erreurs sur les coordonnées des points d'intersection sont plus grandes comparées aux erreurs sur les points de départ. Pour le quatrième cas il n'y a que deux dépassements de la tolérance. Les résultats du troisième et quatrième cas sont présentés sur le graphique ci-dessous.

On peut conclure pour ce secteur que dans le cas de deux ou plusieurs classes de

| Numéro Parcelle | Superficie réduite m ² | Nombre de classes | Précision des superficies | | | | Tolérance m ² |
|-----------------|-----------------------------------|-------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| | | | 1 ^{er} cas m ² | 2 ^e cas m ² | 3 ^e cas m ² | 4 ^e cas m ² | |
| NF948 | 1727 | 2 | 209 | 408 | 812 | 417 | 117 |
| NF455 | 2520 | 3 | 52 | 87 | 164 | 104 | 142 |
| NF1163 | 3764 | 2 | 65 | 97 | 173 | 130 | 173 |
| NF437 | 7535 | 3 | 62 | 92 | 164 | 124 | 247 |
| NF619 | 8076 | 2 | 59 | 78 | 129 | 118 | 255 |
| NF1003 | 9390 | 2 | 78 | 90 | 130 | 155 | 276 |
| NF982 | 9818 | 3 | 71 | 91 | 177 | 142 | 282 |
| NF319 | 11240 | 2 | 85 | 131 | 238 | 170 | 300 |
| NF644 | 12078 | 2 | 170 | 314 | 615 | 340 | 311 |
| NF469 | 12229 | 3 | 110 | 192 | 368 | 221 | 313 |
| NF473 | 13336 | 2 | 74 | 99 | 173 | 148 | 327 |
| NF979 | 14540 | 2 | 77 | 85 | 112 | 154 | 343 |
| NF471 | 16502 | 2 | 95 | 126 | 208 | 190 | 365 |
| NF949 | 19527 | 2 | 182 | 319 | 575 | 364 | 386 |
| NF654 | 27959 | 2 | 195 | 353 | 695 | 391 | 475 |

Tableau n° 2 : Précision des superficies des parcelles à plusieurs classes de sols



Confrontation des précisions des superficies à la tolérance (cas des parcelles à plusieurs classes de sols)

sols, pour assurer des superficies réduites qui satisfont les tolérances cadastrales on peut envisager deux solutions :

- si les coordonnées des parcelles sont connues avec une précision de l'ordre de 0,5 m ; alors les erreurs sur les limites des classes de sols doivent être inférieures à 10 m,
- si les coordonnées des parcelles sont connues avec une précision de 1 m, alors on doit garantir les limites des classes de sols avec une précision de 5 m.

Conclusion

Dans cet article nous avons étudié la propagation des erreurs sur les superficies dans un projet de remembrement traité au moyen d'un SIG-logiciel. En se servant des équations de propagation des erreurs sur les coordonnées des points d'intersection de polygones provenant d'une superposition, nous avons développé les équations qui permettent d'estimer la variance de la superficie d'un polygone, puis l'écart-type sur les superficies réduites dans le cas du remembrement. Les estimations sont faites en supposant que les covariances sont nulles et que les erreurs sur les valeurs des classes de sols sont négligeables. Ces estimations nous donnent une indication suffisante sur les précisions qu'il faut assurer à l'amont pour arriver à des précisions qui satisfont aux tolérances appliquées par le cadastre marocain.

Remerciements

L'auteur tient à remercier le professeur J-P Donnay du laboratoire SURFACES de l'Université de Liège, cette étude fait partie d'une thèse de doctorat en sciences réalisée au sein de ce laboratoire.

Références bibliographiques

Bourgeon G. et Bertrand R., 1983. Organisation de la couverture pédologique et précision de sa cartographie, analyse d'un exemple. Science du sol, No. 1, pp. 49-64.

- Burrough P. A., 1986. Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment, Clarendon Press Oxford, 193 p.
- Chrisman N. R., 1989. Modeling error in overlaid categorical map. In: Goodchild M., Gopal S. (eds.) Accuracy of Spatial Databases, Taylor and Francis, pp. 21-34.
- Davis R. E., Foote F. S., Anderson J. M., and Mikhail E. M., 1981. Surveying Theory and Practice, sixth edition, McGraw-Hill Book Company, 992 p.
- DCFTT, 1976. Notice sur les travaux de contrôle. Division du cadastre.
- Kiveri H. T., 1997. Assessing, representing and transmitting positional uncertainty in maps. International Journal of Geographical Information Science, Vol. 11, No. 1, pp. 33-52.
- Prisley S. P., Gregoire T. G., and Smith J. L., 1989. The mean and variance of area estimates computed in an arc-node geographic information system. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol.55, No. 11, pp. 1601-1612.
- Semlali E. H. et Donnay J-P., 1998. Estimation de la précision de la superposition des polygones à travers la propagation des erreurs. Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et Télédétection, No. 150, pp. 28-33.
- Semlali E. H., 1999. La géomatization des projets de remembrement rural au Maroc- Essai de conception et d'implémentation. Thèse de doctorat en Sciences, Université de Liège, Belgique.
- Zhang G., 1991. Estimating the accuracy of areas in simultaneous multilayer spatial overlay. European Conference on Geographical Information Systems, pp. 1281-1290.

E-mail: ehsemlali@hotmail.com – Rabat
Enseignant chercheur à la filière de formation en topographie