

**un
traitement
des
mesures
g.p.s.**

**monofréquence
pour
la
trajectographie**
Claude Million

I. Introduction

Le traitement des mesures G P S est généralement fait par des logiciels développés par les fabricants. Toutefois, à l'étranger, des universitaires, indépendants des fabricants, ont contribué à l'élaboration des logiciels qui restent, pour des raisons commerciales, fermés aux utilisateurs qui doivent se résigner à les utiliser comme des boîtes noires.

La présente démarche est celle d'un utilisateur voulant accéder à un logiciel afin de comparer les différentes stratégies d'association de G P S et des mesures photogrammétriques. Il est, en effet, frappant de constater que l'association des mesures G P S aéroportées et de celles utilisées en aérotriangulation donnent des résultats souvent meilleurs que G P S seul, ou que l'aérotriangulation seule.

On pourrait comparer cette synergie à celle décrite dans la fable de l'aveugle et du paralytique, où aux faiblesses de l'un correspondent les points forts de l'autre. On pense, et d'autres ont pensé avant nous, que les progrès qui seront faits en ce domaine passeront par l'exploitation de cette constatation, et que toutes les potentialités de cette synergie ne sont pas encore exploitées.

Or, actuellement, on traite indépendamment, d'abord les mesures G P S qui sont compensées seules, les coordonnées des sommets obtenues à la fin de cette compensation isolée sont introduites comme des « mesures » dans les logiciels de compensation, aménagés, au préalable, à cet effet. Voir [1].

Pour exploiter cette idée, si on maîtrise les logiciels d'aérotriangulation, il faut aussi maîtriser les logiciels de traitement des mesures G P S, et c'est loin d'être le cas. Ce qui suit est une tentative en ce sens, et c'est uniquement comme cela qu'il faudrait la considérer.

On restera, néanmoins, tributaires d'un certain matériel, puisque c'est le traitement des mesures issues de ce matériel qui sera décrit : Actuellement, en France, les avions photographes utilisent le matériel de la S E R C E L, plus précisément les récepteurs monofréquence NR 10 X, à la fois pour naviguer et pour servir d'appui aux clichés de la photogrammétrie.

II. Le filtrage des mesures de code par la phase

C'est le système classique de la trajectographie qui est basé sur la constatation que le code grossier (C/A) a une résolution de 3 cm et un « bruit » de 2 à 3 m, amplifié à 5 ou 6 m sur les satellites bas, voir figure 1, alors que la mesure de phase, qui est ambiguë, à une résolution de 1/100° de tour (cycle) soit 2 mm.

Cette idée a été exploitée dès les débuts de G P S, voir notamment [2].

III. Réfraction due à l'ionosphère

On estime que l'estimation de l'erreur de réfraction sur le parcours de l'onde dans la troposphère est suffisamment bien connue, mais qu'il n'en est pas de même pour l'ionosphère, et de beaucoup. En effet, on considère que les messages diffusés, permettant de calculer la correction ionosphérique, n'estiment cette correction qu'à 50 % de sa valeur réelle, en d'autres termes que l'erreur commise est du même ordre de grandeur que la valeur calculée d'après le message !

Avec un récepteur monofréquence on ne peut apprécier la réfraction ionosphérique que par la différence entre la vitesse de groupe (mesure de code) et la vitesse de phase (mesure de phase) qui s'appliquent comme des corrections opposées dans les deux mesures. Voir [2], [4], et [5].

En adoptant les notations de [5] on a :

$$\lambda \cdot \Phi_r^s(t) = \rho_r^s(t) + \lambda \cdot N_r^s + c \cdot \Delta \delta_r^s(t) - \Delta^{\text{iono}}(t) + \Delta^{\text{trop}} \\ p d_r^s(t) = \rho_r^s(t) + c \cdot \Delta \delta_r^s(t) + \Delta^{\text{iono}}(t) + \Delta^{\text{trop}}$$

Avec $\rho_r^s(t)$ distance géométrique en mètres entre le récepteur r en indice et le satellite s en exposant, à l'instant (epoch) t .

$\Phi_r^s(t)$ la mesure de phase, exprimée en mètres, avec les mêmes conventions pour l'indice, l'exposant et l'instant.

N_r^s est l'ambiguïté entière de la mesure de phase, λ est la longueur d'onde de la porteuse, le produit est donc exprimé en mètres.

$\Delta \delta_r^s(t)$ représente l'erreur totale entre l'horloge du récepteur et le temps-satellite, c étant la vitesse de la lumière dans le vide, le produit est exprimé en mètres, cette erreur totale est composée de deux erreurs partielles, on notera aussi cette valeur par B écart entre le temps-récepteur et le temps-G P S qui sera une inconnue de nos équations calculant la position d'un point isolé, et T sera l'écart entre le temps-satellite et le temps G P S global (celui des stations de poursuite) diffusé par les messages de l'état de l'horloge satellite, paramètres d'un polynôme du second degré, tous deux étant exprimés en mètres, évidemment.

$\Delta^{\text{iono}}(t)$ est la correction de réfraction ionosphérique, composée de deux parties : la correction diffusée par les messages des satellites (éphémérides), et une correction complémentaire qu'on va tenter de calculer (Figure 2)

Les enregistrements effectués simultanément aux deux extrémités du vecteur A-B permettent de poser des équations linéaires dont les inconnues sont : le biais d'horloge du récepteur B, et les valeurs de la correction complémentaire de ionosphère qui évoluent lentement.

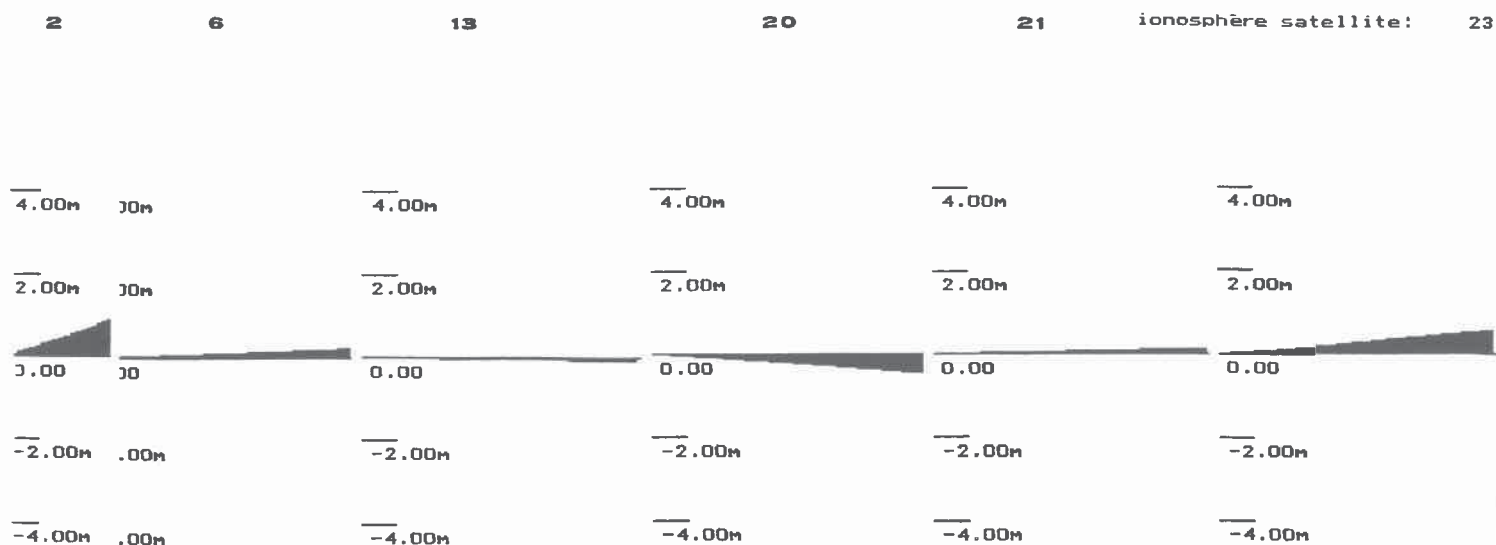
$$\lambda \cdot \Phi_r^s(t) - R_r^s(t) = \lambda \cdot N_r^s - 2 \cdot \Delta^{\text{iono}}(t)$$

On remarque que N est indépendant de t , à l'inverse, la correction ionosphérique dépend de t il faut donc relier ses valeurs successives par des modèles, les plus simples possibles :

On a essayé trois modèles pour lier entre elles les corrections complémentaires de réfraction ionosphérique :

1°/ Un filtrage et un modèle dit A R M par les Anglo-Saxons, qui est une moyenne glissante.

2°/ Un modèle de polynôme du second degré du temps, dont la compensation par les moindres carrés, plus précise que le filtrage précédent, devait déterminer les coefficients ;



car, à la suite de l'essai précédent, on avait remarqué que ce modèle représenterait le phénomène observé et serait bien suffisant.

3°/ Enfin, un modèle de corrélation par la géométrie des satellites, selon une formulation donnée dans [4] reliant les valeurs successives de la correction complémentaire ionosphérique par un modèle composé de polynômes du second degré d'arguments sphériques des latitudes et longitudes du point où la porteuse traverse la couche ionisée, dont la compensation doit déterminer les coefficients ; formulation qui nous semblait trop compliquée, et trop imprécise, notamment sur l'altitude de l'ionosphère (350 à 450 km !), mais qui s'est révélée la meilleure au niveau des résultats sur les résidus d'ajustement.

Les résultats obtenus avec ce troisième modèle nous amèneront à en envisager un quatrième se rapprochant plus du modèle physique utilisé dans les messages du satellite et explicité dans [5] et [7].

IV. Calcul du vecteur

On dispose de tous les éléments pour calculer le vecteur, c'est-à-dire des distances géométriques (R-B) composées de la pseudodistance filtrée R, et du biais d'horloge B entre le temps récepteur et le temps GPS :

$$(R_r^s - B_s) = \lambda \cdot \Phi_r^s - N_r^s + \Delta_{iono}$$

Il suffirait de calculer les deux points isolés A et B et de faire la différence des coordonnées. C'est ce qui a été fait ; toutefois, la position des satellites n'étant connue qu'à 5 m près tant que l'accès sélectif n'est pas activé, et à 50 m près s'il est activé, les erreurs de position des satellites se répercutent directement sur les positions des points ; par conséquent les résidus sur les longueurs mesurées sont de l'ordre de 2,5 m dans le premier cas, et de 25 m dans le second ; en appliquant un G D O P de 2 on obtiendrait l'écart-type du point isolé, ce n'est heureusement pas la véritable estimation de l'erreur relative sur le vecteur, car les erreurs des positions des deux points isolés sont très corrélées.

V. Précision du vecteur

Après le calcul des valeurs approchées des points isolés A et B (voir XYZ N° 68 page 99), et pour apprécier la précision réelle sur le vecteur, on va choisir pour inconnues, non plus les coordonnées des points isolés A et B, mais les quatre composantes du vecteur A-B.

Pour cela on doit partir de l'équation permettant de calculer un point isolé (Figure 3) :

$$(R_r^s - B_r)^2 = (X^s - X_r)^2 + (Y^s - Y_r)^2 + (Z^s - Z_r)^2$$

X^s, Y^s, Z^s , sont les coordonnées du satellite, celui-ci étant unique on omettra les exposants s.

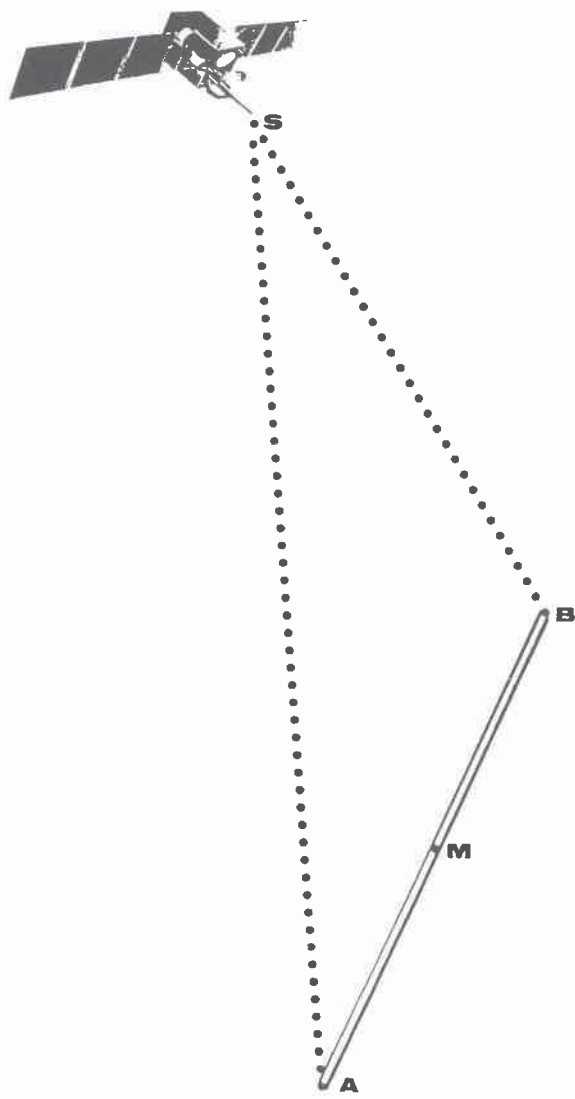
Si on note les deux termes de la base A, B de coordonnées X_A, Y_A, Z_A et X_B, Y_B, Z_B .

On pose :

$$\begin{aligned} X_M &= \frac{X_A + X_B}{2} & X_A &= X_M - \frac{\Delta X}{2} & X_B &= X_M + \frac{\Delta X}{2} \\ Y_M &= \frac{Y_A + Y_B}{2} & Y_A &= Y_M - \frac{\Delta Y}{2} & Y_B &= Y_M + \frac{\Delta Y}{2} \\ Z_M &= \frac{Z_A + Z_B}{2} & Z_A &= Z_M - \frac{\Delta Z}{2} & Z_B &= Z_M + \frac{\Delta Z}{2} \end{aligned}$$

d'où la relation pour le terme A :

$$(R_A - B_A)^2 = \left(X - X_M + \frac{\Delta X}{2}\right)^2 + \left(Y - Y_M + \frac{\Delta Y}{2}\right)^2 + \left(Z - Z_M + \frac{\Delta Z}{2}\right)^2$$



On écrit la même relation pour le terme B, puis on soustrait cette seconde relation de la première, tous les calculs faits on obtient :

$$(R_A - B_A)^2 - (R_B - B_B)^2 = 2 \cdot (X - X_M) \cdot \Delta X + 2 \cdot (Y - Y_M) \cdot \Delta Y + 2 \cdot (Z - Z_M) \cdot \Delta Z$$

La partie de gauche de cette équation peut se mettre sous la forme d'une différence de carrés :

$$((R_A + R_B) - (B_A + B_B)) \cdot ((R_A - R_B) - (B_A - B_B))$$

On note :

$$(R_A - R_B) = \Delta R \quad (B_A - B_B) = \Delta B$$

puis :

$$\frac{R_A + R_B}{2} = R_M \quad \frac{B_A + B_B}{2} = B_M$$

D'où une équation d'observation obtenue en combinant, par différence, deux mesures effectuées, au même instant, sur le même satellite, aux deux termes de la base A et B ; laquelle prend une forme remarquable :

$$\frac{X - X_M}{R_M - B_M} \cdot \Delta X + \frac{Y - Y_M}{R_M - B_M} \cdot \Delta Y + \frac{Z - Z_M}{R_M - B_M} \cdot \Delta Z + \Delta B = \Delta R$$

On obtient un système composé de n équations de ce type sur n satellites, qui représente l'intersection (si $n = 4$) ou les intersections (si $n > 4$) de n plans dans un espace à quatre dimensions ; en outre, il ressemble, trait pour trait, aux systèmes résolus pour déterminer les différences de coordonnées de deux observatoires, obtenues par des mesures de V L B I, voir [6].

Comme dans toutes les compensations par les moindres carrés on écrit, en dérivant par rapport aux inconnues :

$$\frac{X - X_M}{R_M - B_M} \cdot d\Delta X + \frac{Y - Y_M}{R_M - B_M} \cdot d\Delta Y + \frac{Z - Z_M}{R_M - B_M} \cdot d\Delta Z + d\Delta B = d\Delta R$$

ou :

$$\frac{X - X_M}{R_M - B_M} \cdot x + \frac{Y - Y_M}{R_M - B_M} \cdot y + \frac{Z - Z_M}{R_M - B_M} \cdot z + b = r$$

pour employer les notations habituelles des moindres carrés.

À chaque mise à jour on garde la position de A fixe, que ce soit pour le point initial ou le point précédent. À chaque itération la mise à jour porte sur :

$$X_M ; X_M \leq X_M + x/2 ; \text{etc. pour } Y \text{ et } Z.$$

$$B_M \leq B_M + b/2 ; \text{puis}$$

$$r = \Delta R_{\text{calculé}} - \Delta R_{\text{mesuré}}.$$

Après avoir résolu ce système, et si $n > 4$, on peut sortir les résidus sur les « mesures » ΔR . On notera que par différence de deux quantités du même ordre de grandeur sur des parcours semblables, les erreurs résiduelles de réfraction seront diminuées, et même annulées si le vecteur A-B est court.

VI. Conclusions, remerciements

On a voulu montrer que le système classique de calcul des doubles différences de phase n'était pas le seul

qui puisse exister pour calculer les vecteurs G P S, et que le calcul séparé de l'ambiguïté et du vecteur était possible.

On voudrait signaler que ce résultat est dû à de nombreux échanges de vue avec M.Y. EGELS, auquel on est redevable, entre autres choses, des logiciels de déchiffrement des messages G P S : éphémérides, paramètres de calcul du décalage de l'horloge du satellite par rapport au temps G P S, et données pour le calcul de la correction ionosphérique, et du logiciel de calcul en point isolé.

La liaison G P S-photogrammétrie fera l'objet de la suite de cette étude.

Bibliographie

[1] C. MILLION. L'utilisation de mesures saisies en vol en aérotriangulation. Thèse de doctorat de l'Observatoire de Paris. Janvier 1991. Bibliothèque de l'I G N.

[2] GOAD Optimal Filtering of Pseudo-Ranges and Phases from Single-Frequency G P S Receivers. Navigation, Journal of the Institute of Navigation : Volume 37 N° 3, Automne 1990.

[3] J.P. BARBOUX Trajectographie. (02. 1995). Document interne de S E R C E L.

[4] W. OIU, G. LACHAPELLE, M.E. CANNON Ionospheric effect modelling for single frequency G P S users. Manuscripta Geodetica (1995).

[5] B. HOFFMANN-WELLENHOFF, H. LICHTENEGGER, J. COLLINS : G P S Theory and Practice. Springer-Verlag, 1992.

[6] J. KOVALESKY : Lecture Notes in Physics, Astronomie moderne Springer-Verlag 1990 : pp 245-254.

[7] N A T O (O T A N) NAVSTAR G P S (D C A) STANAG (Standardization Agreement Accord de Normalisation) Janvier 1990.

Une version développée de cet article est disponible au siège de IAFT.

BULLETIN D'ADHÉSION

à retourner à l'AFT - 136b rue de Grenelle - 75007 SP Paris (France)

Mr ☐ Mme ☐ Mlle ☐ ou raison sociale ☐

Nom : _____ Prénom : _____

Adresse : _____

Code postal : _____ Ville : _____

Profession : _____ Secteur d'activité : _____

TARIFS ANNUELS

La cotisation est indissociable de l'abonnement à la revue trimestrielle XYZ.

Un droit d'inscription (entre parenthèses) est perçu à l'adhésion.

- Ingénieur , Géomètre-Expert, Indépendant, Cadre, Personne morale : 430 Frs (+ 50 Frs)
- Technicien, Agent de maîtrise, Retraité cadre et ingénieur, Enseignant : 270 Frs (+ 30 Frs)
- Etudiant, Stagiaire, SN, Retraité technicien et agent de maîtrise : 190 Frs (+ 10 Frs)