SCIENCES GÉOGRAPHIQUES, CONNAISSANCE DU MONDE ET CONCEPTION DE L'UNIVERS, PÉRIODE GRECQUE (SUITE)

Par Raymond d'Hollander, ingénieur général géographe

CHAPITRE 8 LA GÉOGRAPHIE MATHÉMATIQUE DE LA FIN DU 4E SIECLE ET DU 3E SIECLE AVANT J.C.

Le périple de Pythéas, l'expédition d'Alexandre, les progrès de l'astronomie et de la géométrie vont permettre d'affiner l'image du monde, grâce notamment à deux géographes mathématiciens : Dicéarque (8.1) et Eratosthène (8.2), ce dernier obtenant une précision assez remarquable dans la mesure de la circonférence terrestre. Nous terminerons ce chapitre en évoquant le rôle de Timosthène (8.3).

8.1 DICÉARQUE DE MESSINE (-374 À -285)

Dicéarque fut un homme universel : philosophe, politologue, géographe, mathématicien, cartographe. On lui doit plusieurs ouvrages : "Sur les hauteurs des montagnes", "Le tour du monde", "La vie de la Grèce".

8.1.1 La géographie mathématique de Dicéarque

Dicéarque procéda à une mesure de la circonférence terrestre en utilisant la méthode suivante. Il avait noté qu'au zénith de *Lysimachia* (ville de Thrace, située à l'extrémité septentrionale de la Chersonèse) culminait la tête de la constellation du Dragon, et qu'au zénith de Syène (actuellement Assouan en Egypte), supposé être sur le même méridien que Lysimachia, culminait la tête de la constellation du Cancer. Or il y a entre ces deux étoiles une différence de déclinaison d'un quinzième de circonférence, soit 24°. Il en résulte que l'angle que font entre elles les verticales de Lysimachia (L) et Syène (S), qui représente la différence de latitude entre ces deux villes vaut aussi :

$$\Delta \varphi = \frac{1}{15} \text{ de circonférence (voir fig 8.1)}$$

Dicéarque a ensuite déterminé la distance $\overset{\frown}{LS}$ entre les deux villes en utilisant des données diverses : mesures de distances terrestres en Egypte, en Asie Mineure ,mesures de distances maritimes en Méditerranée et en Mer Noire. L'addition des différents résultats lui a donné :

$\overset{\frown}{LS}$ = 20 000 stades, de sorte que la circonférence terrestre avait pour lui la longueur :

L = 15 x $\overset{\frown}{LS}$ = 15 x 20 000 = 300 000 stades, probablement de 0,185185 km (voir n° 4.31), ce qui représente dans ce cas une longueur :

L = 300 000 x 0,185185 = 55 555 km, et constitue un progrès certain par rapport à la mesure d'*Eudoxe de Cnide* (voir n° 2.73), reprise par *Aristote*. En ce qui concerne la partie astronomique, la méthode de Dicéarque est beaucoup plus précise que celle d'Eudoxe, qui sera reprise à peu de chose près par *Posidonius*, et qui consiste à observer une étoile qui culmine à l'horizon d'un des lieux ; on subit alors l'influence de la réfraction astronomique, particulièrement importante pour une visée horizontale : 36', dans les conditions dites normales : pression 76 cm de mercure, température 0°.

Dans la méthode de Dicéarque par contre on s'affranchit totalement de l'effet de la réfraction.

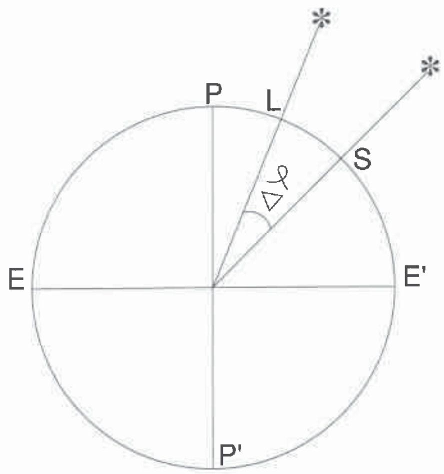


Figure 8.1

Quelle condition doit remplir une étoile S, de déclinaison δ, pour culminer au zénith Z d'un lieu de latitude φ ? Il suffit de considérer la sphère céleste relative à ce lieu et le parallèle céleste de rayon IS décrit par l'étoile S au cours du mouvement diurne (fig 8.2).

Pour que l'étoile culmine au zénith Z du lieu, c'est-à-dire pour que SI passe par Z, il suffit que la déclinaison de l'étoile soit égale à la latitude du lieu : $\delta = \varphi$.

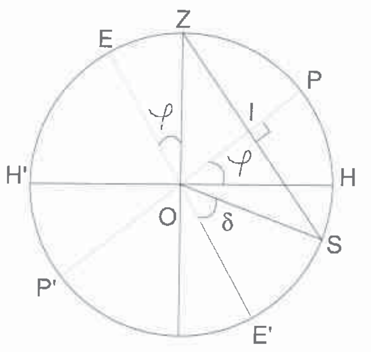


Figure 8.2

Dans ce cas en effet en désignant par EE' l'équateur perpendiculaire à l'axe des pôles PP' et en tenant compte du fait que la verticale du lieu OZ est perpendiculaire à l'horizon HH', on a bien l'égalité angulaire :

$\widehat{EOZ} = \widehat{HOP}$ (angles à côtés perpendiculaires). Par symétrie $\widehat{EOZ} = \widehat{E'OS}$; d'où : $\delta = \varphi$.

La mesure de la circonférence terrestre effectuée par Dicéarque donne pour la valeur du degré terrestre :

$$\frac{300\,000}{360} = 833 \text{ stades } 1/3$$

La faible précision obtenue par Dicéarque provient évidemment des erreurs commises sur les mesures des différentes distances terrestres et maritimes.

8.1.2 La cartographie de Dicéarque

Dicéarque divisa l'œcumène en deux parties Nord et Sud au moyen d'un "parallèle" central : *l'eutheïa* ou le diaphragme, qui passe par les Colonnes d'Hercule, le détroit de Messine, le Péloponnèse, Rhodes, qui longe la chaîne du Taurus et l'Indou Kouch ; en fait ce "parallèle" oscillait entre 36° de latitude pour Rhodes et 38° pour le détroit de Messine.

Au diaphragme était associée une ligne perpendiculaire passant par Rhodes et jouant en somme le rôle de méridien central.

Dicéarque étendait l'œcumène en latitude de Méroë au cercle polaire arctique sur la foi de *Pythéas*. Il estimait la distance de Meroë à Syène à 1/60 de circonférence, soit 5 000 stades, celle de Syène à Lysimachia à 1/15 de circonférence, soit 20 000 stades, celle de Lysimachie au cercle polaire à 3/60 de circonférence, soit 15 000 stades. L'étendue de l'œcumène en latitude était donc de :

1/60 + 4/60 + 3/60 = 8/60 de circonférence ou 40 000 stades.

Eudoxe de Cnide avait estimé le rapport largeur sur longueur de l'œcumène à 1/2 ; Aristote avait pris 3/5. Dicéarque augmenta encore ce rapport en prenant 2/3 ; d'où il résultait que la longueur de l'œcumène, mesurée le long du diaphragme, était de 60 000 stades se décomposant en trois segments :

- le premier des Colonnes d'Hercule au Cap Malée (un des Caps du Péloponnèse),
- le deuxième du Cap Malée aux Portes Caspiennes,
- le troisième des Portes Caspiennes jusqu'à l'endroit où Alexandre le Grand s'était arrêté.

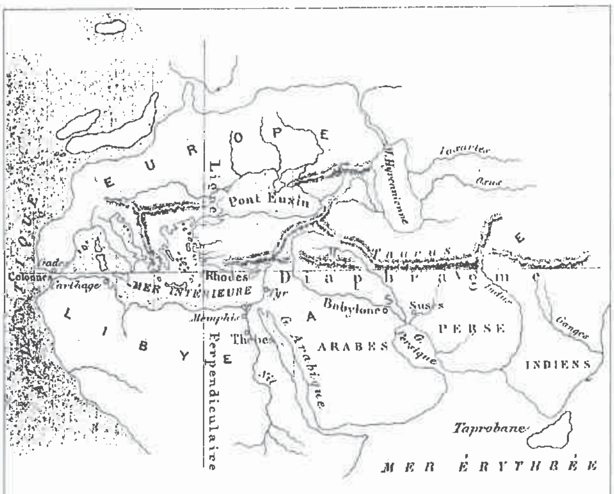
Le premier segment, avec 7 000 stades, avait une longueur nettement insuffisante comme le montrera *Polybe*. Celui-ci s'appuie sur un raisonnement géométrique faisant intervenir la ville de Narbonne (voir fig 8.4). La longueur CN : Colonnes d'Hercule - Narbonne est d'un peu moins de 8 000 stades, la longueur ND : Narbonne - Détroit de Messine d'au moins 11 200 stades, la hauteur NH du triangle CND étant évaluée à : NH = 2 000 stades. Il en résulteque :

$CH = \sqrt{CN^2 - NH^2} = 7\,746$ stades au plus, que

$HD = \sqrt{ND^2 - HD^2} = 11\,020$ stades au moins et que la somme CD = CH + HD est de l'ordre de 18 700 stades, nettement supérieur à l'évaluation de 7 000 stades de Dicéarque, s'appliquant à une longueur plus grande que CD.

Mais le triangle CND de Polybe a une hauteur bien faible avec un rapport hauteur sur base égale à 0,11 alors que le rapport correct est environ le triple. A contrario dans la carte 8.3, Vivien de St Martin (bibl 2) a essayé de reconstituer l'erreur d'appréciation de Dicéarque en comprimant l'intervalle CD de façon que son rapport à la longueur totale de la Méditerranée soit de 0,36 alors qu'il est en réalité de 0,5 ; le rapport hauteur sur base du triangle CND devient trop élevé : 0,6 au lieu de 0,35.

Pour dresser sa carte, Dicéarque utilisa, outre les données de l'expédition d'Alexandre, la documentation de l'anabase de *Xénophon*, que nous avons brièvement décrite avant l'itinéraire d'Alexandre, et qui concernait les rives de la Mer Noire, les reliefs de l'Arménie et du Kurdistan. Dicéarque a mesuré aussi, soit à la dioptre, soit par un procédé géométrique, la hauteur de certaines montagnes, en vue surtout de montrer que l'inégalité, que produisent celles-ci sur la surface terrestre, est négligeable par rapport au rayon de la Terre. Les hauteurs des montagnes avaient été jusque là surestimées, en particulier par Aristote ; on se reportera au n° 12.8 du chapitre consacré à la topographie grecque, où sont décrits la méthode utilisée et les résultats obtenus.



IV.

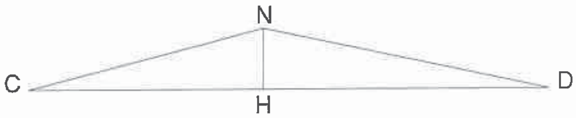
MAPPEMONDE DE DICÉARQUE

vers 300 av. J. C.

le Diaphragme et sa Verticale.

Premier essai d'une Carte graduée.

Figure 8.3 : Mappemonde de Dicéarque vers 300 ans avant J.C.



C : Colonne d'Hercule
D : Détroit de Messine
N : Narbonne

Figure 8.4

En ce qui concerne les marées Dicéarque trouve à ce phénomène un lien avec le Soleil qu'il n'exprime pas bien clairement.

Pour conclure nous retiendrons essentiellement de Dicéarque qu'il introduisit le premier l'ébauche d'un quadrillage géographique sur sa carte, ébauche que développeront plus tard Eratosthène, Hipparque, Marin de Tyr et surtout Ptolémée. Ainsi les cartographies antérieures très empiriques d'Anaximandre et d'Hécatée cédaient la place à une cartographie plus rationnelle.

8.2 ERATOSTHENE (ca-280 à -190)

Eratosthène naquit à Cyrène vers 280 avant J.C. Après avoir séjourné à Athènes, il fut appelé à Alexandrie par *Ptolémée Evergète* (Ptolémée III) pour être le précepteur de son fils et pour lui confier la direction de la fameuse bibliothèque d'Alexandrie, où les Ptolémées avaient rassemblé jusqu'à 700 000 volumes. Eratosthène, qui dirigea cette bibliothèque jusqu'à 80 ans, a pu disposer ainsi d'une énorme documentation pour son œuvre : celle-ci fut d'abord historique, puisqu'on lui doit la fixation des dates des principaux évènements politiques et littéraires depuis la conquête de Troie, mais Eratosthène fut aussi géographe, cartographe, géomètre, astronome, philosophe et même littérateur.

8.2.1 Eratosthène astronome

On a attribué aussi à Eratosthène l'ouvrage : "Les Catastérismes", dont il a déjà été question à propos d'Euclide (voir 4.7). On y trouve les origines fabuleuses des noms des constellations et une nomenclature assez sèche de 44 constellations, comportant 475 astres, dont les cinq planètes. Il n'y a aucune coordonnée d'étoile, ni équatoriale, ni écliptique. La polaire y est située à l'extrémité de la queue de la Petite Ourse, alors qu'à l'époque d'Eratosthène, par suite de la précession des équinoxes, l'étoile la plus rapprochée du pôle se trouvait dans la constellation du Dragon. En conséquence on suppose que les catastérismes sont l'œuvre d'un auteur du Bas-Empire.

Macrobe cite d'Eratosthène un traité "De mensionibus", où il écrit que le diamètre de la Terre serait 27 fois plus faible que celui du soleil, ce qui donne un rapport :

$$\frac{r_s}{r_t} = 27,$$

à comparer avec les autres rapports de la colonne 4 du tableau 7.1.4 dressé à propos de l'étude sur Aristarque de Samos. (voir n° 7.33) ; rappelons que le rapport correct est :

$$\frac{r_s}{r_t} = 109.$$

Selon Plutarque, Eratosthène plaçait le soleil à 804 000 000 stades de la Terre. Si on adopte pour valeur du stade d'Eratosthène, celle donnée par Tannery : 157,5 m (voir ci-après n° 8.213) cela donne :

0,1575 x 804 000 000 = 126 630 000 km au lieu de la valeur correcte 150 000 000 km.

Evaluons le rapport $\frac{R_s}{r_t}$

de la colonne 2 du tableau 7.1.4 précité. Nous verrons ci-après en 8.213 qu'en adoptant toujours la valeur du stade de Tannery :

$$r_t = \frac{L1}{2\pi} = \frac{39\,690 \text{ km}}{2\pi} = 6\,316{,}86 \text{ km}$$

$$\text{On a donc : } \frac{R_s}{r_t} = \frac{126\,630\,000}{6\,316{,}86} = 20\,046$$

D'après les mesures modernes ce rapport varie de 23 000 à 23 850 et on considère en général sa valeur moyenne 23 452. On constate que parmi les rapport R_s/r_t, déterminés par les astronomes de l'Antiquité, celui d'Eratosthène se rapproche le plus du rapport moderne.

8.211 Mesure de l'obliquité de l'écliptique par Eratosthène (225 avant J.C.)

Eratosthène avait obtenu de *Ptolémée III* les armilles placées dans le portique d'Alexandrie : une armille équatoriale située dans un plan parallèle à celui de l'équateur céleste, une armille solsticiale placée dans le plan du méridien. C'était d'après *Proclus* un cercle de cuivre d'un mètre de diamètre environ, gradué en sixièmes de degré, donc de 10' en 10'.

Selon *Ptolémée* elle était pourvue "de petits gnomons pour que l'ombre du gnomon supérieur vienne recouvrir le gnomon inférieur et pour que nous puissions être assurés de la hauteur du *centre* du soleil au dessus de l'horizon".

Eratosthène mesura la distance zénithale du soleil à midi, d'une part au solstice d'été : z_e, d'autre part au solstice d'hiver : z_h. La différence de ces deux distances zénithales représente, bien sûr, le double de l'obliquité de l'écliptique, (voir fig 8.5) :

$$2\varepsilon = z_h - z_e$$

Il trouva : $2\varepsilon = \frac{11}{83}$ de circonférence, soit :

$$\varepsilon = \frac{11}{83} \times \frac{1}{2} \times 360 = 23°51'19'',5,$$

arrondi à $\varepsilon = 23°\ 51'20''$, valeur qui sera utilisée par Hipparque et par Ptolémée. Or en 225 avant J.C. la valeur de l'obliquité de l'écliptique était de 23°43'23". L'erreur d'Eratosthène n'était que de 8'. Delambre (bibl 1) fait remarquer que, compte tenu du résultat obtenu et du fait que les graduations de l'armille étaient de 10' en 10', il parait peu probable qu'Eratosthène ait utilisé l'armille dont il disposait. S'il avait utilisé celle-ci il aurait trouvé : $2\varepsilon = 47°40'$; il est donc vraisemblable qu'il a utilisé le gnomon.

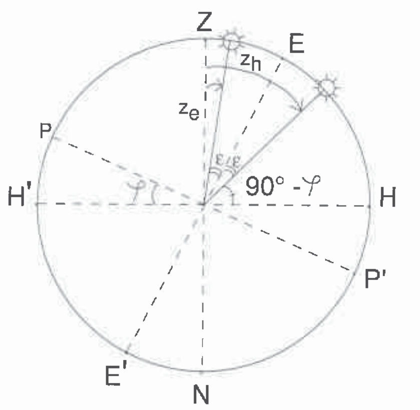


Figure 8.5

EE' équateur
HH' horizon d'Alexandrie

L'intérêt de sa méthode est d'avoir éliminé par différence plusieurs erreurs systématiques, dont l'erreur due au demi-diamètre apparent du soleil : d.

En effet la mesure au gnomon donne la distance zénithale du bord supérieur S du soleil : z_s, au lieu de la distance zénithale z_C du centre du soleil.

On a : $z_s = z_c - d$,

où d est le demi-diamètre apparent du soleil, valant environ 16' (fig 8.6).

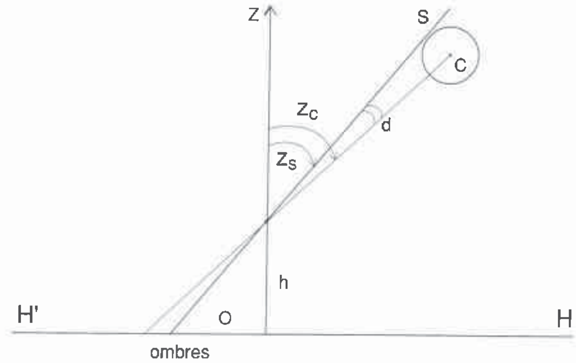


Figure 8.6

Chacune des distances zénithales d'hiver et d'été étant entachées de la même erreur, celle-ci s'élimine dans la différence.

8.22 Mesure de la longueur de la circonférence terrestre par Eratosthène

Dans son ouvrage *Révision de la mesure de la Terre*, malheureusement perdu, Eratosthène a indiqué comment il avait procédé pour déterminer la longueur de la circonférence terrestre. L'opération comporte trois phases :

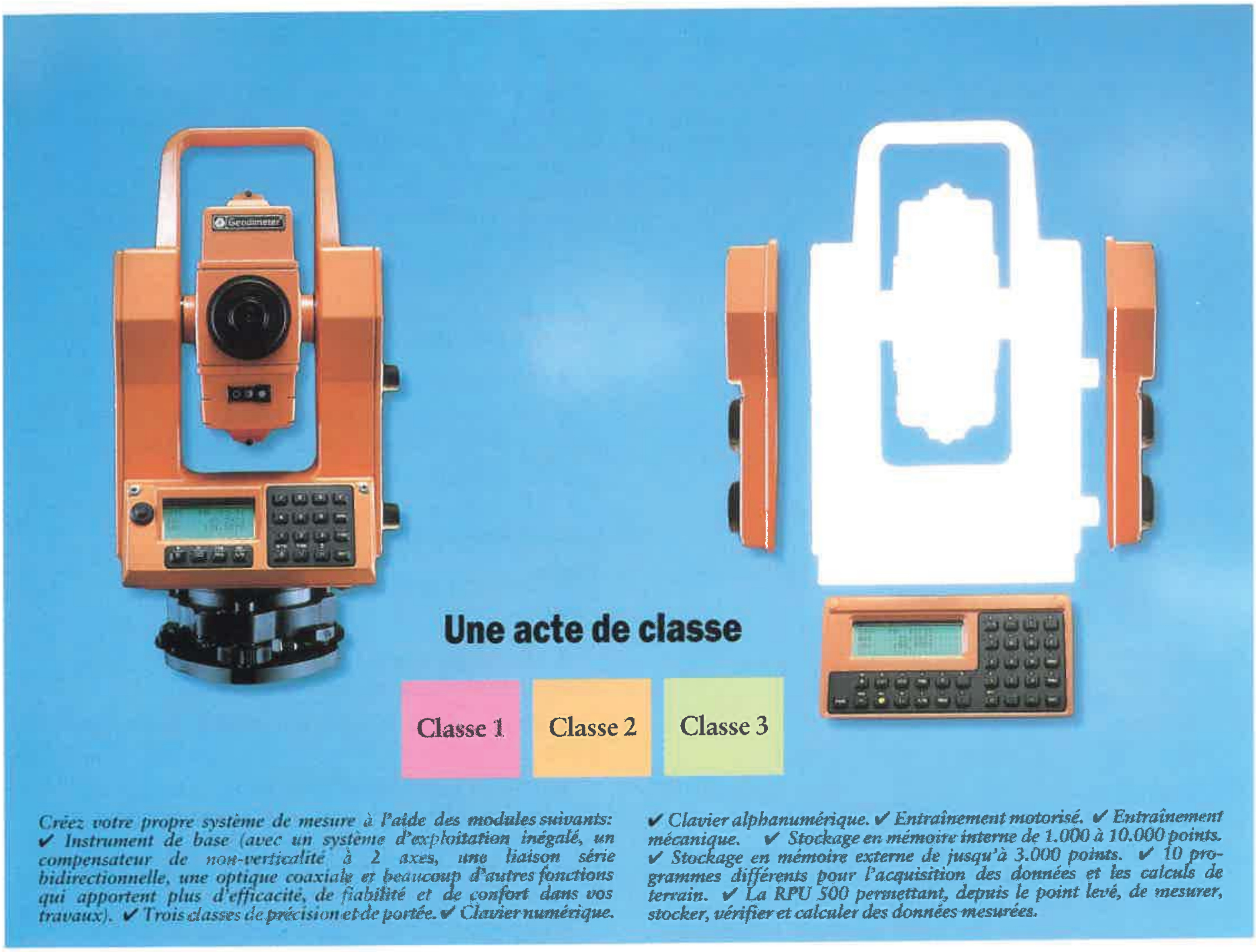
1°) mesure de l'amplitude de l'arc de méridien entre Syène (S) et Alexandrie (A) en se servant des rayons du soleil au moment de la culmination de celui-ci au solstice d'été. Cette amplitude d'arc correspond à un angle au centre de la Terre égal à la différence de latitude entre Syène et Alexandrie : $\Delta \varphi_S^A$

2°) mesure de la distance $\widehat{AS}$:

Syène - Alexandrie : $l = \widehat{AS}$

3°) calcul de la longueur de la circonférence terrestre L.

En prenant Syène situé assez exactement sur le tropique du Cancer à l'époque d'Eratosthène, celui-ci simplifiait sensiblement le problème, puisque lors de sa culmination au solstice d'été le soleil est au zénith des points situés sur le tropique. La preuve matérielle en était fournie par le fait que dans le puits de l'Ile *Eléphantine*, près de Syène (puits que l'on montre aux touristes qui visitent Assouan), il



Créez votre propre système de mesure!

Que feriez-vous si vous aviez la possibilité de créer votre système de mesure idéal? Vous le définiriez en fonction de vos méthodes et de vos types de travaux. N'est-ce-pas? Quel serait le résultat souhaité? Plus de fiabilité et de rentabilité, bien sûr! Voilà résumée toute la philosophie du Geodimeter System 500. Le système que *vous* créez d'après vos besoins.

C'est aussi simple que cela. Vous commencez par choisir la classe de précision et de portée qui vous convient. Ensuite vous disposez d'environ 20 fonctions que vous pourrez choisir et combiner pour répondre à vos besoins. Une fois que vous aurez créé «l'instrument de vos rêves», nous allons le transformer en réalité... exactement comme vous le souhaitiez. En d'autres termes, *vous décidez* des spécifications et du prix. N'est-ce-pas cela la vraie liberté?

Geodimeter System 500
La libertée de choisir!

Tout cela vous intéresse? Contactez-nous pour convenir d'une démonstration ou demandez notre brochure détaillée. Vous y trouverez 65 bonnes raisons pour choisir le Geodimeter System 500.

Téléphonez-nous ou retournez-nous ce coupon par courrier ou par fax à Geotronics S.A., 2-4, rue du Suffrage-Universel, 77185 Lognes
Tél. : (1) 60.37.50.60 - Fax : (1) 60.37.50.70

Oui à la créativité!

- ☐ Contactez-moi pour une démonstration
- ☐ Envoyez-moi la brochure du Geodimeter System 500.

Nom ______________________________

Société ______________________________

Adresse ______________________________

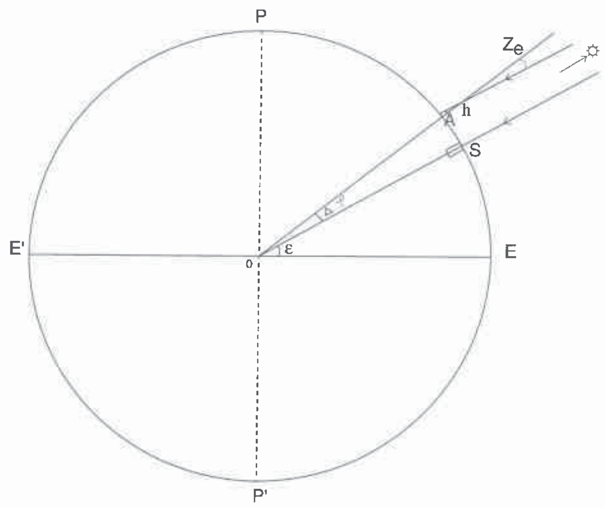
Ville ____________________ Code Postal __________

Téléphone ______________________________

Geotronics S.A. - 2-4, rue du Suffrage-Universel
77185 Lognes - Tél. : (1) 60.37.50.60 - Fax : (1) 60.37.50.70

Geodimeter®

n'y avait aucune ombre portée au fond du puits. Cette verticalité du rayon du soleil avait été remarquée dans un rayon de 3 stades autour du puits (fig 8.7)



E'E équateur terrestre
PP' axes pôles terrestres
A Alexandrie
S Syène
$\Delta \varphi = z_e$

Figure 8.7

A Alexandrie Eratosthène a très vraisemblablement utilisé un *gnomon*, plutôt qu'un *scaphé*, comme l'indiquent plusieurs auteurs. Nous reviendrons sur cette question ultérieurement. Le rapport entre la longueur de l'ombre o et la longueur de la tige du gnomon h était tel que :

$$\operatorname{tg} z_e = \frac{o}{h} \quad ,$$

dont Eratosthène tira la distance zénithale du soleil z_e à sa culmination le jour du solstice d'été à Alexandrie ; il trouva z_e égal à un cinquantième de circonférence :

z_e = 1/50 de circonférence.

Or cet angle est évidemment égal à la différence de latitude $\Delta \varphi_S^A$ entre Syène et Alexandrie : $\Delta\varphi_S^A = z_e$. Si on désigne par l la longueur de l'arc $\widehat{AS}$, d'Alexandrie à Syène, on obtient la longueur de la circonférence terrestre par : L = 50 l.

Eratosthène a pris l = 5 000 stades ,d'où L = 250 000 stades, chiffre qu'il porta à 252 000 stades pour avoir un nombre divisible par 360, ce qui donne *700 stades au degré*.

8.213 Longueur du stade d'Eratosthène

D'après Tannery (bibl 4) le stade est en principe une longueur déterminée pour l'épreuve de course à pied : c'est la distance que doit parcourir le coureur sans reprendre haleine : elle est fixée à 600 pieds *attiques* ou *olympiques*. Ce pied ayant selon les régions de l'Hellade une valeur variable, la longueur du stade attique ou olympique est elle même variable, pouvant accuser des différences locales de ± 5 m par rapport à la longueur généralement admise de 185,16 m. (voir 4.31).

Les distances d'itinéraires, par contre, étaient mesurées :

- soit d'après le temps de marche,
- soit d'après le compte de pas, étant admis qu'en principe le pas correspondait à 2,5 pieds, soit $\frac{600}{2,5}$ = 240 pas au stades, le pas ayant dès lors une longueur de :

$\frac{185,16}{240}$ = 0,771 m.

Il en résulte que pour les Grecs le mot stade pouvait avoir deux sens :

- d'une part la longueur bien définie de 600 pieds,
- d'autre part la longueur de marche correspondant à 240 pas, avec les aléas que peut avoir la longueur du pas, notamment à la fin d'une longue marche, où cette longueur peut baisser de 10%, voire davantage.

C'est dans ce deuxième sens qu'il faudrait entendre l'évaluation de la circonférence terrestre donnée par Aristote, d'après la mesure d'Eudoxe.

A Alexandrie et pour Eratosthène le problème est différent. Selon Tannery (bibl 4) l'unité de longueur en Egypte était la coudée royale de 0,525 m. Les Ptolémées établirent un pied correspondant aux 2/3 de cette coudée, soit 0,35 m et un stade de 600 pieds, soit 210 m.

Ce stade philétairien (ou philéthérien), du nom de la dynastie des rois de Pergame est appelé aussi stade égyptien ; il correspond à:

$\frac{600 \times 2}{3}$ = 400 coudées de 0,525 m, soit

400 x 0,525 = 210 m. Il eut un usage courant dans l'Orient romain, l'usage du stade attique ou de la Grèce continentale devenant très restreint.

Toujours d'après Tannery le schène égyptien, mesure d'itinéraire valait 30 stades de 600 pieds ou de 400 coudées. Comme Eratosthène aurait compté 40 stades au schène, cela donnerait un stade de :

$\frac{30 \times 400}{40}$ = 300 coudées,

ce qui correspond aux 3/4 du stade de 400 coudées, soit pour la longueur actuelle de ce stade :

$s_1 = 300 \times 0{,}525$ m ou $s_1 = \frac{3}{4} \times 210$m, soit :

$s_1 = 157{,}5$ m ou $s_1 = 0{,}1575$ km

Si on se refère à Polybe, le mille romain contenait 8 stades 1/3. Si on prend pour le mille romain la valeur donnée par Tannery de 1478,5 m, confirmée par d'autres auteurs, cela donne :

$$s_2 = \frac{1478{,}5}{8{,}33333} = 177{,}42 \text{ m}$$

$s_2 = 0{,}17742$ km

Cette valeur est confirmée par la "Real encyclopädie" (bibl 6), qui donne deux valeurs du stade grec : le stade de Milet de 177,36 m et celui de Delphes = 177,50 m. Mais dans cette hypothèse, Eratosthène aurait utilisé comme unité le stade grec, de la Grèce continentale.

La valeur donnée par Tannery pour le stade philétairien ou stade égyptien est contestée. *Strabon* indique que le côté de la base de la grande Pyramide de Gizeh correspond à la valeur du stade (égyptien). Or ce côté a été mesuré en 1647, 1680, 1694, 1762 (voir bibl 12) et l'on a trouvé des valeurs comprises entre 220,89 m et 222,83 m. La valeur la plus plausible est 222,22 m. Correspondant à 400 coudées royales ou grandes coudées, cette coudée valant : 0,555 m et non 0,525 m comme l'indique Tannery.

Ainsi le grand stade égyptien aurait pour valeur : 0,555 x 400 = 222,22 m. Mais il y avait aussi le petit stade, dont la longueur était celle des 2/3 du grand stade soit :

222,22 x 2/3 = 148,15 m, qui d'après *Hérodote* correspond à la hauteur de la grande Pyramide. L'ancien annuaire du Bureau des longitudes indiquait 146 m pour cette hauteur.

En admettant, comme Tannery, que le stade d'Eratosthène correspondait aux trois quarts du stade égyptien, au lieu de 3/4 x 210 m = 157,50 m donné par Tannery, on obtient la valeur :

$$s_3 = 222{,}22 \times \frac{3}{4} = 166{,}67 \text{ m ou bien :}$$

$s_3 = 0{,}16667$ km

Cette valeur a le mérite de se référer à un élément tangible, celui du côté du carré de la grande pyramide et d'être conforme à des textes d'Hérodote et de Strabon.

Ainsi la longueur du méridien terrestre, mesuré par Eratosthène, aurait dans les trois hypothèses les valeurs ci-après :

1) hypothèse de Tannery sur la valeur du stade, $L_1 = 252\,000 \times s_1 = 252\,000 \times 0{,}1575$, soit :

$L_1 = 39\,690$ km au lieu de 40 000 km, d'où une erreur par défaut de $7{,}75 \times 10^{-3} < 1/100$,

2) hypothèse selon Polybe, $L_2 = 252\,000 \times s_2$, $L_2 = 252\,000 \times 0{,}17742$ km = 44 710 km, l'erreur est de 11,8 % par excès,

3) hypothèse selon Hérodote et Strabon, $L_3 = 252\,000 \times s_3 = 252\,000 \times 0{,}16667$ km, $L_3 = 42\,000$ km, l'erreur n'est plus que de 5% par excès.

Il ne faut pas conclure de la comparaison ci-dessus que c'est l'hypothèse de Tannery sur la valeur du stade qui est la plus plausible ; la précision obtenue est trop bonne, si l'on tient compte des moyens rudimentaires utilisés. La 3ème hypothèse d'un stade de 0,16667 km donne un ordre de grandeur d'erreur tout à fait vraisemblable.

8.214 Précision de la détermination de la circonférence terrestre par Eratosthène

Eratosthène a obtenu par différence de latitude entre Syène et Alexandrie : 1/50 de circonférence, soit 7°12' ou 7°,20. Or la différence de latitude correcte et de 7°,8' (exactement 7°,7'54"). L'écart entre les deux résultats n'est que de 4'.

Mais à l'époque d'Eratosthène l'obliquité de l'écliptique valait $\varepsilon = 23°43'\,20''$; le tropique du Cancer avait cette latitude, à laquelle les rayons du soleil à midi au solstice d'été étaient bien verticaux. Mais la véritable latitude de Syène (Ile Eléphantine) était et est toujours :

$\varphi s = 24°\,4'23''$. Ainsi les rayons du soleil, considérés par Erastosthène comme verticaux, à cette latitude φs, à l'instant considéré, faisaient-ils avec les rayons du soleil véritables un angle de :

$24°\,4'23'' - 23°43'20'' \approx 21'$, angle compté dans le sens direct.

Si l'on admet, comme *Delambre*, qu'Eratosthène a utilisé le *gnomon* à Alexandrie, il a obtenu en ce lieu sur le bord supérieur du soleil une distance zénithale z_s, trop faible par rapport à celle du centre du soleil z_c, de la valeur du demi-diamètre apparent du soleil : d = 16' (voir fig 8.6). Ainsi donc les rayons du soleil considérés par Eratosthène, liés à z_s, subissent-ils par rapport aux rayons issus du centre du soleil une rotation de 16', encore dans le sens direct.

On voit que dans les deux cas les rayons du soleil, considérés par Eratosthène, ont subi deux rotations de même signe : il y a eu compensation partielle d'erreur, la différence de latitude restant correcte à un résidu de :

21' - 16' = 5' près.

PENTAX®

TOPOMETRIE

STATION TOTALE PCS-1 / PCS-2

LA STATION TOUT TERRAIN

TOUS TEMPS

Votre station totale PENTAX est votre associée de tous les jours. Fiable et maniable en toutes circonstances, elle est l'outil de travail complet sur tous les terrains, sous tous les climats.

TOUS RISQUES

Votre station totale PENTAX c'est la sécurité au quotidien par toutes les garanties qu'elle vous offre.

LA STATION TOUT PENTAX
1200 frs / MOIS

Votre station totale PENTAX c'est un contrat de location-vente sur 4 ans* pour 1200 francs par mois. C'est aussi une garantie constructeur de 4 ans, pièces et main-d'œuvre (prêt d'un matériel équivalent en cas de panne, pour cette durée).
C'est également une assurance contre le vol et bris/dégâts.

**En cas d'acceptation du dossier.*

SPECIFICATIONS :
Précision angulaire....................20 cc.
Portée sur un prisme................700 m.
Fonctions de calcul :
- Implantation.
- Coordonnées xyz.
- RDM (distance entre deux points).
- REM (hauteur points inaccessibles).

PENTAX FRANCE S.A.
12 Rue Amboise Croizat
95100 Argenteuil
Tél : (1) 39 82 50 24
Fax : (1) 39 82 57 96

AGENCE DE LYON
Parc du Chater
33 Rue de Bellisen
69340 Francheville
Tél : 78 34 26 91
Fax : 78 34 27 24

Par ailleurs, si on suit toujours Delambre, en admettant qu'Eratosthène ait utilisé le *gnomon*, il a fallu qu'il tire z_s de la relation : tg z_s = o/h (voir fig 8.6), mais la trigonométrie n'était pas encore née, de sorte que l'obtention de z_s devait entraîner une erreur supplémentaire.

Eratosthène n'aurait rencontré ni l'erreur de demi-diamètre apparent du soleil, ni l'erreur d'obtention de z_s, s'il avait utilisé le *scaphé* comme l'indique *Cléomède* et comme le suppose *Tannery* (Bibl. 4). En effet, au scaphé on prend en considération l'ombre du centre de la boule C, évitant ainsi l'erreur de demi-diamètre apparent du Soleil ; d'autre part si on connait avec précision le rayon R de la demi-sphère du scaphé, on en déduit la longueur de la circonférence entière : $2\pi R$. En désignant par o la longueur de l'arc $\overparen{MN}$ séparant l'ombre de la boule C, du nadir N, on obtient directement le rapport :

$$\frac{o}{2\pi R},$$

qui donne en parties de circonférence la distance zénithale z_c cherchée relative au centre du soleil. (fig 8.8). Mais Delambre (bibl 1) rejette catégoriquement l'utilisation du scaphé par Eratosthène : "ce petit instrument n'a jamais servi que pour la gnomonique, jamais il n'a été employé aux observations astronomiques et Ptolémée ne le nomme même pas une fois".

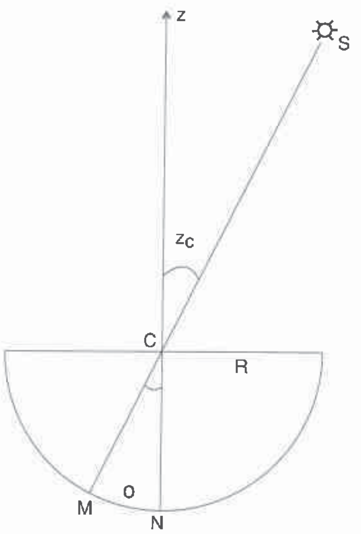


Figure 8.8 Le Scaphé

Autres erreurs entâchant la mesure de la différence de latitude entre Syène et Alexandrie.

A Syène, où les rayons du soleil sont quasi-verticaux, la correction de réfraction est nulle. La formule de Laplace montre que pour l'observation méridienne du soleil au solstice d'été à Alexandrie la correction de réfraction ne dépasse pas 7".

Elle était donc tout à fait négligeable pour Eratosthène, de même que la variation de la parallaxe du Soleil entre Syène et Alexandrie.

8.215 Mesure de la distance Syène-Alexandrie

Les coordonnées géographiques des deux lieux sont respectivement :

Alexandrie (A) : longitude λ_A = 27°31' Est de Greenwich, latitude φ_A = 31°12'17",

Syène (S) : longitude λ_S = 30°30' Est de Greenwich, latitude φ_S = 24°4'23" (voir Fig 8.9).

Les deux villes ne sont donc pas sur le même méridien et présentent entre elles une différence de longitude : $\Delta\lambda$ = 2°59'. La différence de latitude est : $\Delta\varphi$ = 7°7'54".

Si on calcule le rayon de courbure de la section méridienne de l'ellipsoïde GRS 1980 à la latitude moyenne entre Syène et Alexandrie, on trouve : ρ = 6 349,028 km.

A la différence de latitude :

$\Delta\varphi$ = 7°7'54" = 7°,131667 correspond sur cet ellipsoïde une longueur $\overparen{A'S}$, où A' est sur le même parallèle que A et sur le même méridien que S. La valeur de $\overparen{A'S}$ est :

$$A'S = \rho \times \frac{\pi}{180} \times 7{,}131667 = 790{,}3 \text{ km}$$

ρ étant le rayon de la sphère considérée.

Si on évalue la distance $\overparen{AS}$ sur la sphère de rayon ρ, on obtient par la formule fondamentale de la trigonométrie sphérique (fig 8.7) :

$$\cos \overparen{AS} = \cos \overparen{PA} \cos \overparen{PS} + \sin \overparen{PA} \sin \overparen{PS} \cos \Delta\lambda$$

où $\overparen{PA}$ et $\overparen{PS}$ sont les colatitudes de A et de S. On a donc :

$$\cos \overparen{AS} = \sin\varphi_A \sin\varphi_S + \cos\varphi_A \cos\varphi_S \cos\Delta\lambda.$$

On obtient : $\overparen{AS}$ = 842,7 km.

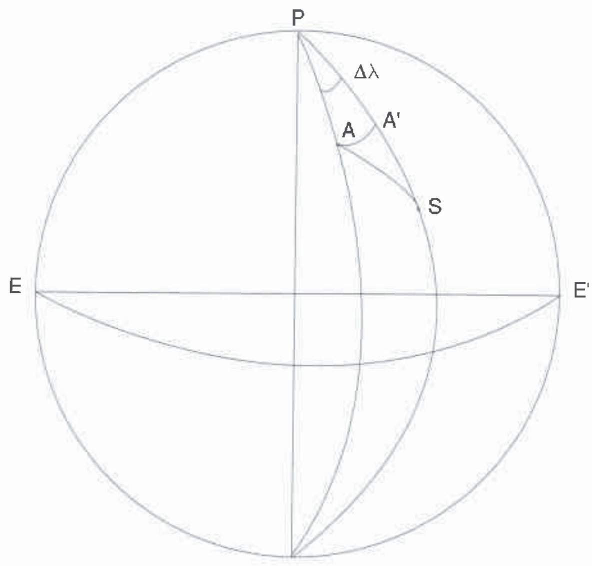


Figure 8.9

Or Eratosthène a trouvé 5000 stades, ce qui dans l'hypothèse de Tannery (voir n° 8.213) correspond à : 5 000 x 0,1575 km = 787,5 km. Ce résultat serait donc très proche de la longueur $\widehat{A'S}$ = 790,3 km, obtenue ci-dessus. On est donc amené à penser que la longueur de 5 000 stades n'est pas la distance "oblique" entre Syène et Alexandrie, mais que c'est peut-être la distance comptée selon le méridien.

Une tradition, recueillie par *Martianus Capella*, indique qu'Eratosthène eut recours aux "mesureurs royaux" pour mesurer la distance Syène-Alexandrie. L'appellation est ambigue : on a pensé à des sortes de bématistes, mais aussi selon *P. Pédech* (bibl 9) à des fonctionnaires chargés de mesurer la longueur des étapes fluviales le long du Nil ; on a évoqué aussi des arpenteurs chargés d'établir les cadastres agricoles dans la vallée du Nil. Si on s'arrête à cette hypothèse, on peut penser qu'Eratosthène aurait utilisé toute une série de tableaux cadastraux des terres situées le long du Nil et qu'il aurait cumulé des longueurs projetées sur la direction Nord-Sud. Dans ces conditions le résultat obtenu serait très convenable : 787,5 km au lieu de 790,3 km, toujours dans l'hypothèse du stade de Tannery.

En adoptant la même valeur du stade, si la mesure concerne la distance "oblique" Syène-Alexandrie la détermination présenterait une erreur de : 787,5 - 842,7 = -55,2 km, soit 6,5% par défaut.

Si on considère la valeur du stade de Polybe, les 5 000 stades correspondraient à :

5 000 x 0,17742 = 887,1 km, présentant une erreur de : 887,2 - 842,7 = 44,4 km, soit 5,3% par excès, pour la distance "oblique".

Enfin dans la 3è hypothèse de n° 8.213, les 5 000 stades correspondraient à :

5 000 x 0,16667 = 833,35 km, proche de $\widehat{AS}$ = 842,7 km ; l'erreur ne serait que de 833,35 - 842,7 = -9,35 km, soit 1,1% par défaut, toujours pour la distance "oblique" AS.

D'après Pline, Hipparque aurait indiqué que la circonférence terrestre pouvait atteindre 278 000 stades, alors qu'il admet dans sa Géographie 252 000 stades. Tannery (bibl 4) justifie l'adoption du chiffre 278 000 stades par le fait qu'on peut admettre sur chaque extrémité de l'arc Syène-Alexandrie une erreur de 280 stades (300 stades d'après Cléomède) ; dans ces conditions la longueur de l'arc Syène-Alexandrie pouvait atteindre 5 560 stades, soit pour la circonférence terrestre : 5 560 x 50 = 278 000 stades, chiffre donné par Hipparque comme limite supérieure.

Cette détermination d'Eratosthène ne saurait être considérée comme "géodésique", au sens moderne du mot. Nous avons vu qu'il y avait eu d'heureuses compensations d'erreurs dans la détermination de la différence de latitude entre Syène et Alexandrie ; quant à la mesure de la distance Syène-Alexandrie, on se perd en conjectures à son sujet. Il faudra attendre encore un millier d'années pour la première détermination "géodésique" de la valeur du degré de méridien terrestre par les géodésiens astronomes du calife *Al-Mamoun* vers 820 après J.C.

8.22 Eratosthène géographe - cartographe

Eratosthène a écrit un "Traité de géographie", completé par une carte, qui tous les deux ont été perdus. Toutefois, nous connaissons assez bien les conditions d'exécution de la carte et quelques fragments de son œuvre géographique par les études et aussi les critiques qu'en a fait *Strabon*.

Pour Eratosthène la Terre a la forme sphérique dans son ensemble "non pas comme un objet fait au tour, mais avec quelques irrégularités" (Strabon-Géographie 1.3.3). Ainsi que ses prédécesseurs il considerait l'œcumène comme une "île" entourée par un océan continu ; en effet Pythéas au Nord-Ouest et Alexandre au Sud-Est n'avaient rencontré que l'Océan. Sur cette Terre l'œcumène avait une "largeur" de 38 000 stades et une "longueur" de 78 000 stades. Sur sa carte (fig 8.10) les méridiens sont représentés par des droites parallèles à la direction des y ; les parallèles par des droites orthogonales aux précédentes. Nous avons vu que les 252 000 stades adoptés par Eratosthène pour la longueur de la circonférence donnaient le chiffre rond de 700 stades au degré (voir 8.212). Le passage des stades aux degrés aurait donc été facile, mais Eratosthène continua à numéroter ses méridiens et ses parallèles en stades.

L'emploi du degré sera généralisé plus tard par Hipparque, puis par Ptolémée.

8.221 Les parallèles de la carte d'Eratosthène

Au lieu de faire figurer sur sa carte des parallèles équidistants, Eratosthène n'y fait figurer que les parallèles de lieux ou de villes célèbres de la Grèce antique. Les longueurs sur les méridiens, en particulier sur le méridien d'Alexandrie, sont conservées, de sorte que l'écartement des parallèles est égal linéairement au nombre de stades correspondant à la différence de latitude. Voici ces écartements tels qu'ils sont donnés par Strabon dans sa Géographie (1.4.2).

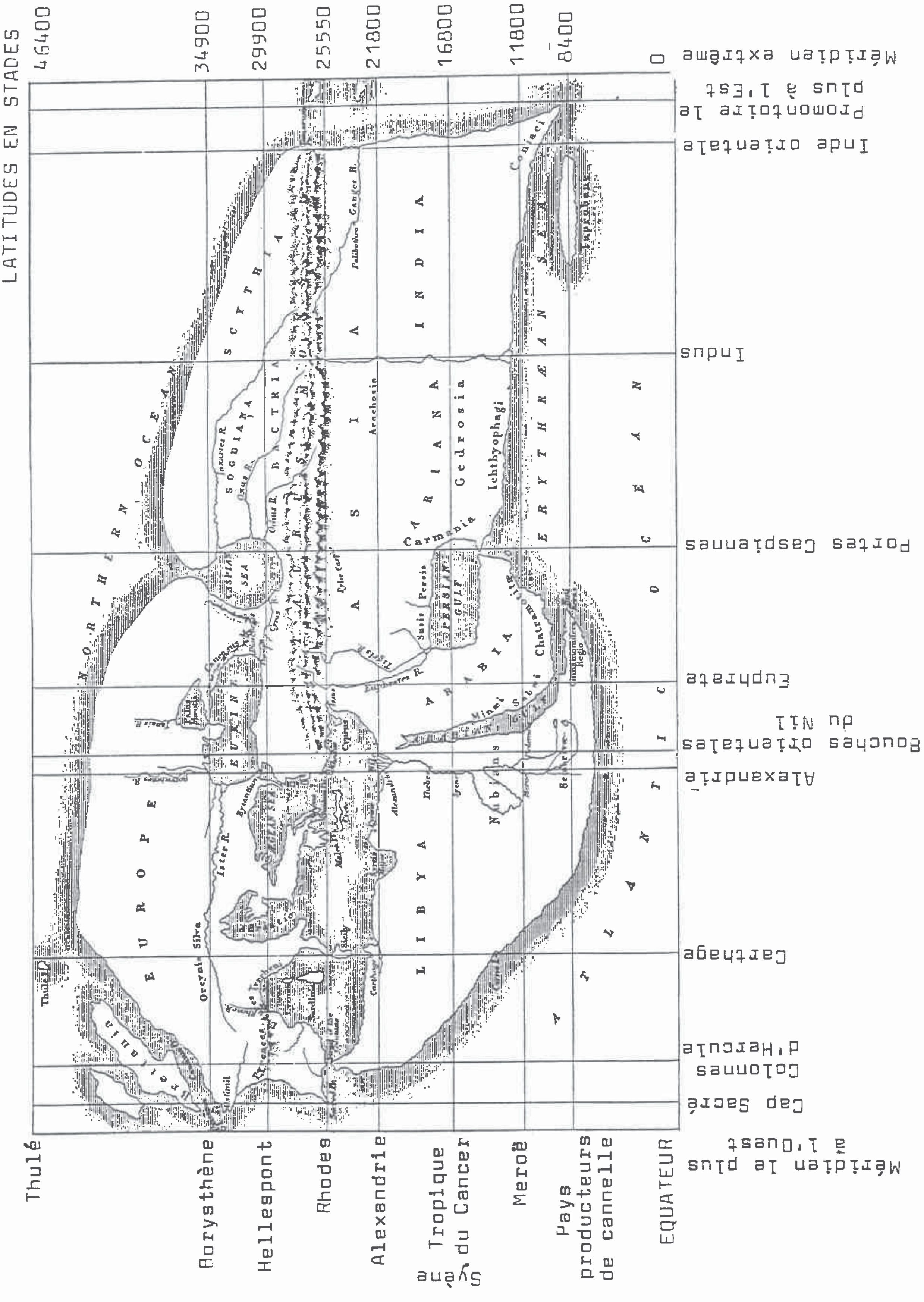


Figure 8.10 Reconstitution de la carte d'Eratosthène

Pays producteur de cannelle (côte des Somalis actuelle)	0
Méroë	3 400 stades
Alexandrie	10 000 stades
Hellespont	8 100 stades env.
Embouchure du Borysthène (Dniepr actuel)	5 000 stades
Thulé, dont Pythéas dit qu'il est à une distance de six jours de la (grande) Bretagne	11 500 stades
Total	*37 600* stades env.

L'œcumène entre sa limite méridionale, le parallèle du pays producteur de cannelle et sa limite septentrionale, le parallèle de Thulé, a donc bien une "largeur" de 37 600 arrondis à 38 000 stades. Il manque dans cette liste deux parallèles importants ; celui de *Syène*, situé sur le tropique du Cancer, ayant donc pour latitude l'obliquité de l'écliptique : ε, déterminée par Eratosthène à $\varepsilon = 23°51'$ (chiffre arrondi). On a donc : latitude de Syène : $\varphi_S = \varepsilon = 23°51'$. On arrondit généralement à 24°, qui converti en stades donne 16 800 stades.

Il manque aussi le parallèle de *Rhodes* ou parallèle moyen, le long duquel Eratosthène conserve les distances en longitude. Ayant obtenu au gnomon la différence de latitude $\Delta\varphi^R_A$ entre Alexandrie et Rhodes, égale à 1 : 67,5 de circonférence, il transforme cette valeur en stades :

252 000 : 67,5 = 3 733,3 stades, arrondi à 3 750 stades.

La latitude du parallèle de Rhodes est donc égale à la latitude d'Alexandrie : 21 800 stades plus 3 750 stades, soit 25 550 stades.

Si on effectue un décompte plus précis en degrés, on a pour latitude de Rhodes φ_R :

$$\varphi_R = \varphi_S + \Delta\varphi^A_S + \Delta\varphi^R_A$$

On sait que $\varphi_S = \varepsilon = 23°,51'$, que $\Delta\varphi^A_S = 1/50$ de circonférence, soit 7°12' et que :

$\Delta\varphi^R_A = 1/67,5$ de circonférence, soit 5°20', d'où :

$\varphi_R = 23°51' + 7°12' + 5°20' = 36°23'$; en arrondissant : $\varphi_R \approx 36°1/2$.

Aussi avons nous complété les écartements de Strabon par l'addition des parallèles de Syène et de Rhodes. Dans la colonne 3 du tableau A ci-dessous, nous avons porté les latitudes en stades, en cumulant les écartements et en donnant au parallèle du pays de la cannelle la latitude que lui attribue Eratosthène, soit : 8 400 stades. On remarque que ce parallèle, qui limite l'œcumène au Sud, est au milieu de l'intervalle équateur-tropique ; en effet :

8400 = 16 800 : 2

En ce qui concerne Thulé, Eratosthène se conforme à la relation de Pythéas qui affirme avoir atteint le cercle arctique. La latitude en stades ci-dessus correspond approximativement à 66°, complément à 90° de l'obliquité de l'écliptique : 24°, chiffre arrondi.

Outre les parallèles de Syène et de Rhodes, la liste de Strabon ne donne pas les autres parallèles ci-dessous, moins importants, d'ailleurs non représentés sur la fig. 8.10 :

- le parallèle de Babylone, de latitude 23 200 stades (33°14'),
- le parallèle de Gadès et du Cap Sacré, légèrement au dessus de celui de Rhodes,
- le parallèle de Massalia (Marseille) de latitude 30 300 stades, valeur arrondie, correspondant à la détermination de la latitude de Marseille par Pythéas (voir 6.1), parallèle qu'Hipparque considérera comme passant par Byzance (voir 11,2),
- le parallèle de Ierné (Irlande) de latitude : $\varphi_I = 37\,800$ stades ou $\varphi_I = 54°$, que Strabon, après Eudoxe et Aristote, considère comme étant la limite supérieure du monde habité et la limite inférieure de la zone frigide (voir 4.34).

8.222 Longitudes - Méridiens de la carte d'Eratosthène

Alors que les latitudes étaient relativement faciles à mesurer au gnomon, il en était tout autrement des longitudes. On sait qu'une différence de longitudes correspond à une différence d'heures locales au même instant. Pour apprécier cet instant en deux endroits éloignés, on utilisait les éclipses de lune, comme celle du 30 septembre 331 avant J.C., observée à la 5è heure de la nuit à *Arbelès* (ou Arbelles) en Mésopotamie et à la 2è heure à *Carthage*. Cela donnait une différence de longitude de : 3 x 15 = 45°, alors que la véritable différence n'est que de 34°, soit une erreur de 11°, représentant environ le tiers de la quantité à mesurer.

Tableau A

Col 1 Ville ou détail géographique	**Col 2** Ecartements en stades	**Col 3** Latitude en stades	**Col 4** Ville ou détail géographique
Pays producteur de Cannelle		8 400 [1]	Pays producteur de Cannelle
	3 400		
Meroë		11 800	Meroë
	5 000		
Syène (Tropique du cancer)		16 800 (24°)	Syène (Tropique du Cancer)
	5 000		
Alexandrie		21 800	Alexandrie
	3 750		
Rhodes		25 550 (36°,5)	Rhodes
	4 350		
Hellespont		29 900	Hellespont
	5 000		
Borysthène		34 900	Borysthène
	11 500 env.		
Thulé		46 400 (≈ 66°)	Thulé

[1] Strabon donne 8 800 stades

Les mesures astronomiques de différence de longitude étaient donc à la fois rares et très imprécises. Aussi pour situer les détails de sa carte en longitude, Eratosthène utilisait les mesures des itinéraires, soit terrestres, soit maritimes, mesures données en stade, de sorte que c'est peut être là la raison de l'adoption de l'unité du stade. Pour les itinéraires terrestres, il se servit en particulier des longueurs mesurées par les bématistes d'Alexandre-le-Grand, rapportées par ses historiens, mais il ne les adopta pas telles quelles ; il y apporta une réduction moyenne de 1/5 pour tenir compte du relief et des sinuosités. En ce qui concerne les itinéraires maritimes il utilisa les mesures de Pythéas, de Néarque et de Timosthène (voir ci-après 8.3).

Nous rappelons que les longueurs étaient conservées sur le parallèle de Rhodes ; aux latitudes différentes de celle de Rhodes, outre la réduction de 1/5 citée ci-dessus, Eratosthène appliquait deux corrections :

a) une réduction pour passer de la direction AB à sa projection AH le long de la direction du parallèle (voir fig 8.11),

b) une correction sur AH pour compenser la non convergence des méridiens sur sa projection. Si on appelle φ la latitude de AH, φ_0 celle du parallèle de Rhodes, la longueur A_0H_0 à porter en projection était donnée par :

$$\frac{A_0H_0}{AH} = \frac{r_0}{r} = \frac{\cos\varphi_0}{\cos\varphi} \qquad \text{(Fig 8.12)}$$

$$\text{Si } \varphi < \varphi_0,\ \frac{\cos\varphi_0}{\cos\varphi} < 1,$$

de sorte qu'il faut apporter à AH une correction négative car $A_0H_0 < AH$.

$$\text{Si } \varphi > \varphi_0,\ \frac{\cos\varphi_0}{\cos\varphi} > 1,$$

de sorte qu'il faut apporter à AH une correction positive car $A_0H_0 > AH$, cas de la fig 8.12.

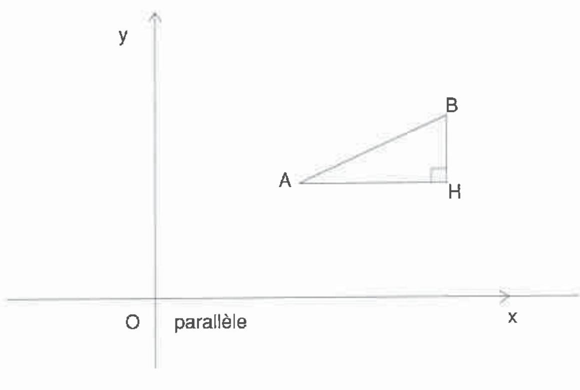


Figure 8.11

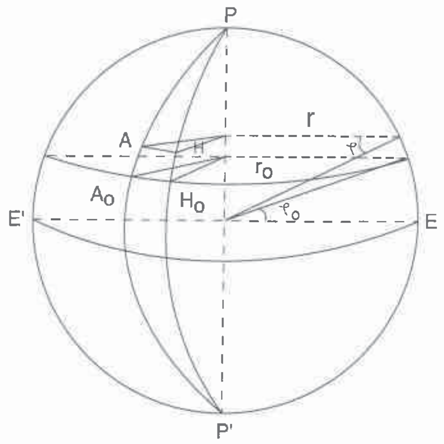


Figure 8.12

Ne disposant pas de trigonométrie, Eratosthène obtenait graphiquement les valeurs telles que A_oH_o.

Compte tenu des erreurs qui entachaient les mesures de longueurs d'itinéraires telles que AB, on conçoit aisément le manque de précision de la carte en longitude.

Strabon donne les valeurs des intervalles en stades, ramenés à la latitude de Rhodes, entre un certain nombre de villes ou de détails géographiques remarquables, intervalles retranscrits dans la colonne 2 du tableau B. La somme de ces intervalles entre les Colonnes d'Hercule et le Promontoire de l'Inde le plus oriental est de 70 800 stades, aux quels il faut ajouter 3 000 stades pour tenir compte de la "convexité" de l'Europe au-delà des Colonnes d'Hercule, puis 2 000 stades de part et d'autre, afin de sauver la théorie qui veut que la largeur de l'œcumène (38 000 stades) "vaille moins de la moitié de la longeur" (Strabon, Géographie 1.4.5). Nous avons porté ces trois intervalles dans la colonne 3 du tableau B.

Enfin, dans la colonne 4 nous avons cumulé les intervalles pour avoir les longitudes à partir du méridien le plus occidental. On a donc une étendue en longitude de l'œcumène de :

70 800 + 3 000 + 2 x 2000 = 77 800 stades, arrondi à 78 000 stades.

Si nous admettons une longueur de l'équateur de 252 000 stades, le parallèle moyen, (celui d'Athènes selon Strabon), celui de Rhodes en réalité, situé à la latitude : $\varphi_0 = 36°,5$

a pour longueur : 252 000 x cos 36°,5, soit 202 571 stades, arrondie à 200 000 stades.

Ayant admis une longueur de l'œcumène de 78 000 stades, un peu supérieur au tiers de la longueur du parallèle entier, pour naviguer le long de ce parllèle de l'Ibérie à l'Inde [1], il suffirait de parcourir "si l'immensité de l'Atlantique n'y faisait obstacle", la distance restante :

200 000 - 78 000 = 122 000 stades.

Mais Strabon ajoute qu'Eratosthène a tort de dire que le monde habité a une longueur supérieure au tiers de la longueur totale, comptée le long du parallèle moyen, il s'agit du monde habité que nous connaissons et il y a peut être d'autres mondes habités à "la hauteur du parallèle d'Athènes, dans la partie qu'il décrit à travers l'Océan Atlantique". On voit là une allusion à la théorie de *Cratès de Mallos* (voir chapitre suivant 9.13) supposant l'existence d'un continent symétrique de l'œcumène dans l'Atlantique et dans l'hémisphère nord, qu'il faudrait évidemment contourner pour naviguer vers l'Inde.

Sur la reconstitution de la carte d'Eratosthène de la figure 8.10, le méridien du Cap Sacré passe un peu à l'Est de l'extrémité de la péninsule armoricaine, ce qui est conforme à la détermination de Pythéas. On sait en effet (voir 6.31) que celui-ci, croyant avoir navigué Nord-Sud, avait en fait dérivé vers l'Est d'environ 4°. Mais selon d'autres reconstitutions de la carte d'Eratosthène, telle celle de *G. Aujac* (Bibl 8), Eratosthène n'aurait pas suivi Pythèas, le méridien du Cap Sacré passant à plus de 3000 stades, donc plus de 4°, à l'Ouest de l'extrémité de l'Armorique.

Le méridien de Carthage d'Eratosthène passe par le détroit de Messine, alors qu'il est en réalité cinq degrés plus à l'Ouest.

Il y a quasi-identité entre le méridien du Bras de *Canope*, ville située au débouché du bras le plus occidental du Nil, et le méridien d'Alexandrie très proche ; c'est l'indication de celui-ci qui figure sur la carte ; d'après Eratosthène il passe à la fois par Meroë, Syène, Alexandrie, Rhodes, Byzance et l'embouchure du Borysthène. En raison de l'importance de ce méridien nous l'avons reporté en tireté épais sur un fond de carte moderne en projection de Mercator ; grâce à l'écartement des méridiens de 5 en 5° on peut avoir une idée des distorsions sensibles de ce "méridien" (voir figure 8.13).

Revenons à la carte 8.10 d'Eratosthène ; le méridien des Portes Caspiennes, qui sur une carte moderne (voir carte 3.5) partage approximativement le Golfe Persique en deux parties égales, passe nettement dans la partie la plus à l'Est de ce golfe.

La différence de longitude donnée par Eratosthène entre les Colonnes d'Hercule et l'embouchure du Gange est de :

73 000 - 5 000 = 68 000 stades,

soit 97°,14, alors que la différence de longitude exacte est de 95°,5. L'erreur est donc inférieure à 2° et cela malgré l'erreur de 11° signalée ci-dessus entre Carthage et Arbelles ; il y avait donc d'heureuses compensations d'erreurs !

(1) donc atteindre les Indes à partir des Côtes d'Espagne, en naviguant vers l'Ouest.

Tableau B

Col 1 Villes ou détails géographiques remarquables	**Col 2** Intervalles en stades	**Col 3**	**Col 4** Longitude en stades
Méridien le plus à l'Ouest			0
		2 000	
Cap Sacré			2 000
		3 000	
Colonnes d'Hercule			5 000
	8 000		
Carthage			13 000
	13 500		
Bras de Canope du Nil ou Alexandrie			26 500
	1 300		
Bouches Orientales du Nil			27 800
	5 000		
Euphrate			32 800
	10 000		
Portes Caspiennes			42 800
	14 000		
Indus			56 800
	16 000		
Inde Orientale ou Bouches du Gange			72 800
	3 000		
Promontoire le plus Oriental de l'Inde			75 800
		2 000	
Méridien extrême			77 800
Total	**70 800**		

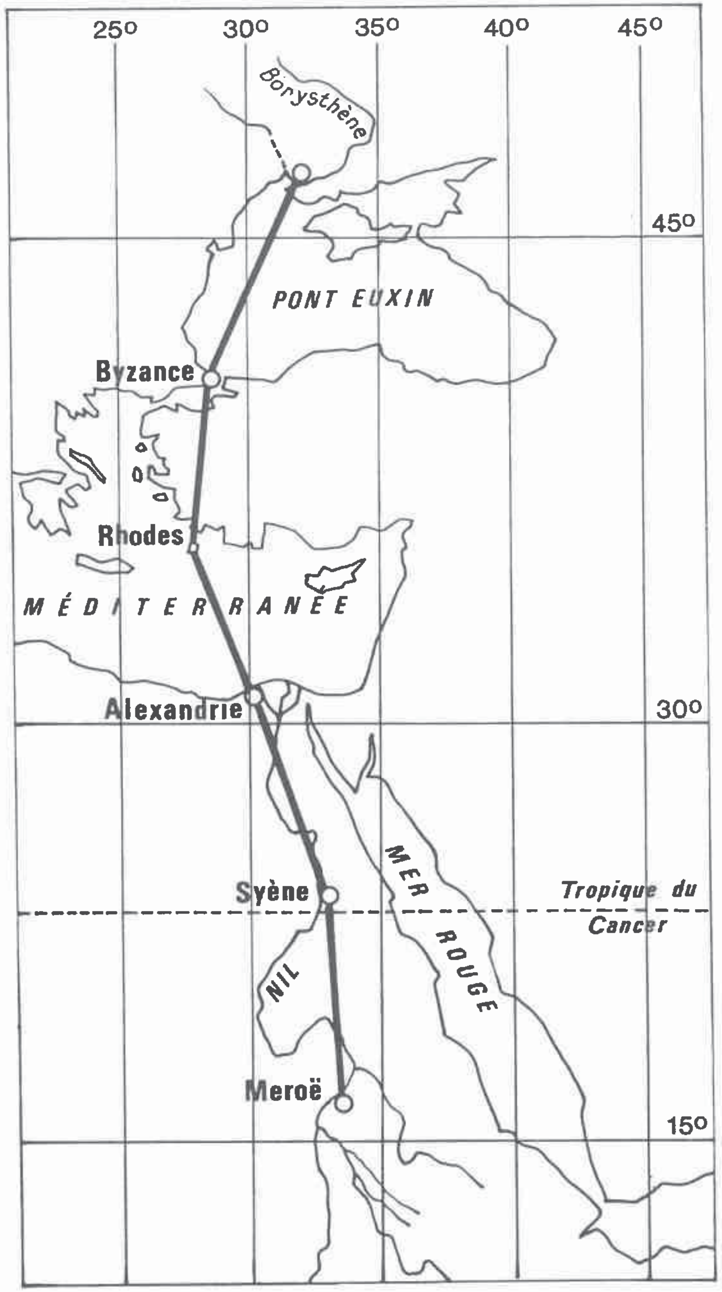


Figure 8.13 Le "Méridien" de "Méroë", Syène, Alexandrie, Rhodes, Byzance,

8.223 les Sphragides

Strabon, qui emprunte cette image à Eratosthène, indique que l'œcumène a la forme d'une "chlamyde" vêtement macédonien dont le développement à plat est repésenté figure 8.14. Il revient au même de considérer un tronc de cône incliné, de le fendre selon la génératrice la plus courte et de le développer sur le plan. Cette assimilation était justifiée par le fait que la partie centrale de l'œcumène avait, comme la chlamyde, une longeur a plus grande que les deux extrémités : a > b.

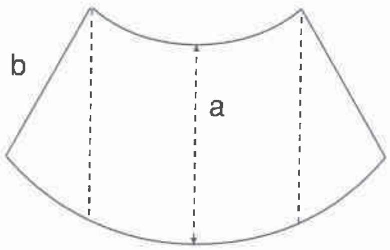


Figure 8.14 Chlamyde

L'œcumène est ensuite découpé par Eratosthène en morceaux, dont l'assemblage lui permet de dresser sa carte : ce sont les "sphragides".

Ce mot qui étymologiquement veut dire "sceau" était aussi utilisé dans le vocabulaire de l'arpentage. Les sphragides sont des figures géométriques telles que polygones, quadrilatères, parallèlogrammes, triangles, englobant plusieurs unités régionales et qui servent de cadre cartographique pour une description plus aisée dans le Traité Géographique.

On ignore l'assemblage général de ces sphragides car Strabon n'en énumère que quatre :

- La première est l'Inde (voir fig 8.15), limitée :

- au nord par le parallèle de Rhodes, le long duquel se développe la chaîne du Taurus, comprenant notre Himalaya actuel,

- à l'Est et au Sud par la mer,

- à l'Ouest par l'Indus.

- La deuxième sphragide est l'Ariane (voir figure 8.15), limité :

- au Nord par le parallèle de Rhodes avec la chaîne de Taurus,

- à l'Est par l'Indus,

- au Sud par la mer Erythrée,

- à l'Ouest par le méridien des Portes Caspiennes, qui écorne légèrement le golfe persique.

- La troisième sphragide s'étendait à l'Ouest de la deuxième sphragide jusqu'à l'Euphrate.

- La quatrième sphragide s'étendait à l'Ouest de la troisième jusqu'au Nil.

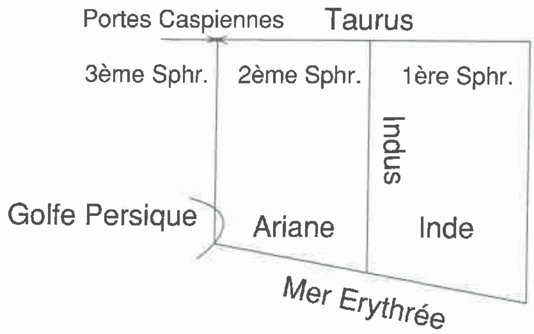


Figure 8.15

8.224 Défauts de la carte d'Eratosthène

La carte d'Eratosthène sera amplement critiquée par *Polybe* et par *Hipparque* ; nous indiquerons les critiques que celui-ci fit à la structure d'ensemble de la carte d'Eratosthène, en étudiant l'œuvre géographique d'Hipparque (voir n° 11.4).

Strabon reproche à *Eratosthène*, à *Timosthène* (voir ci-après n° 8.3) et à leurs prédécesseurs d'ignorer "totalement l'Ibérie et la Celtique et mille fois plus la Germanie et la (grande) Bretagne, de même que le pays des Gètes et des Bastarnes". Si le reproche est fondé pour Timosthène, qui s'est contenté de décrire les ports de la Méditerranée, il ne l'est pas pour Eratosthène dont le seul tort, selon Strabon, avait été de respecter la relation de Pythéas. Or Strabon considérait celui-ci comme un "fieffé menteur" ; aussi enlèvera-t-il à la carte d'Eratosthène les 12° qui séparent le parallèle de Thulé de latitude 66° du parallèle de latitude : $\varphi_F = 54°$ limitant la zone frigide et passant par Ierné (Irlande). Ce faisant, Strabon couchera selon la direction Ouest Est le littoral de la Celtique et de l'Europe septentrionale, ce qui n'est guère un progrès par rapport à la carte d'Eratosthène.

Pour la première fois la chaîne des Pyrénées est représentée entre la Celtique et l'Ibérie.

Les sources du Nil sont situées à peu près à la limite méridionale de l'œcumène.

La mer Caspienne est à nouveau représentée comme un golfe s'ouvrant sur l'Océan du Nord. La péninsule indienne est escamotée et Taprobane (Ceylan) est très déformée.

Malgré ses défauts cette carte avec sa grille de méridiens et de parallèles constitue un progrès sensible par rapport à la carte de Dicéarque. Prenant en compte d'une part les mesures des bématistes de l'expédition d'Alexandre le Grand, d'autre part les déterminations de Pythéas, la carte d'Eratosthène apparaissait pour l'époque comme une carte moderne, qui restera le fondement de la vision de l'œcumène durant près de 300 ans jusqu'à la carte de *Marin de Tyr* (voir n°13.33).

8.225 La géographie descriptive d'Eratosthène

Ayant bâti un système de repérage, toujours dans son "Traité de Géographie", Eratosthène procède à la description des différentes régions : données physiques, ethnographiques, économiques. Il rejette toutes les informations antérieures à Alexandre, condamnant notamment la Géographie d'Homère et de ses adeptes.

Alexandre de Humboldt (Bibl. 3) s'exprime ainsi à son sujet :

"Eratosthène dégagea la description de la Terre de toutes les légendes fabuleuses, il interdit même le mélange des faits historiques, qui avant lui donnaient du mouvement et de l'intérêt à la géographie. Ce désavantage fut bien compensé par des observations mathématiques sur la forme articulée et l'étendue des continents, par des conjectures géognostiques des chaînes de montagne, sur l'effet des courants et sur les contrées jadis couvertes d'eau, qui offrent encore aujourd'hui toutes les apparences d'un lit de mer desséché. Partageant sur la théorie des écluses, appliquée à l'Océan, les idées de *Straton de Lampsaque*, bien persuadé que le gonflement du Pont Euxin avait produit le percement de l'Hellespont et amené par suite l'ouverture du détroit d'Hercule, le mathématicien astronome fut conduit par cette croyance à s'occuper de l'important problème de l'égalité des niveaux entre toutes les mers qu'enveloppent les continents...".

Au point de vue géographique régionale, nous prendrons comme exemple la description que, d'après Strabon, Eratosthène fait de l'Inde. Il commence par étudier les limites naturelles du pays, dont il a été question déjà dans la description de la première sphragide : après avoir critiqué les géographes antérieurs : *Mégasthène*, *Ctésias*, *Onésicrite*, il passe à l'étude des deux grands fleuves : l'Indus et le Gange ; il analyse leur rôle essentiel pour la vie du pays ; il indique comment leurs inondations commandent la vie agricole, il dépeint la riche faune fluviale qui y vit. Il décrit aussi les races de l'Inde en distinguant deux types ethniques : le type éthiopien à peau foncée, le type égyptien (arien) à teint clair.

8.23 Conclusion sur Eratosthène

Ainsi Eratosthène apparait comme un véritable génie polyvalent en astronomie, géographie, cartographie.

En astronomie il lui revient le mérite d'avoir assigné à l'obliquité de l'écliptique la valeur 23° 51'20". Ni *Hipparque*, ni *Ptolémée* n'améliorèrent cette valeur.

Avant Eratosthène l'obliquité de l'écliptique était évaluée à 1/15 circonférence, soit 24°. Cette valeur était connue d'Eudoxe, de Pythéas et remonte peut être à l'école pythagoricienne. Elle parait liée au problème résolu par Euclide de l'inscription d'un pentédécagone régulier dans un cercle, ce qui permettait de tracer l'écliptique sur les globes célestes.

La mesure de la longueur de la circonférence terrestre par Eratosthène peut être considérée comme la première détermination assez précise, relative à la dimension de la Terre, mais curieusement elle ne fut pas prise en considération par les successeurs d'Eratosthène. *Ptolémée* en particulier admettra une mesure postérieure, mais moins précise, de Posidonius (voir 10.611).

Son canevas de méridiens et de parallèles, non équidistants, n'en constitue pas moins un progrès considérable par rapport aux cartes antérieures.

En géographie et en cartographie, Eratosthène fit preuve de réelles qualités de méthode, en classant rationnellement toutes les données de son énorme documentation, en corrigeant les informations antérieures. Son mépris de la géographie d'Homère (2.12) lui fit tort, tellement étaient ancrés dans les mentalités les mythes homériques.

8.3 Timosthene (3eme siecle avant J.C.)

Bien que son nom ne figure dans aucune encyclopédie française, *Timosthène* eut une influence non négligeable sur les Sciences géographiques de l'Antiquité. Premier pilote ou amiral de Ptolémée Philadelphe, Timosthène est l'auteur d'un ouvrage : "Sur les ports" en 10 livres, composés entre 270 et 240 avant J.C., sorte de routier ou de portulan avant la lettre, où étaient décrits tous les ports de la Méditerranée et de la Propontide (Mer de Marmara) et où étaient indiquées en stades les distances mesurées sur terre et estimées en mer. L'ouvrage était accompagné d'une carte. L'ensemble fut très consulté par Eratosthène, qui le comble d'éloges, bien que souvent il adopte un point différent de celui de Timosthène. L'ouvrage et la carte furent aussi utilisés et critiqués par Hipparque et Strabon ; celui-ci reproche à Timosthène d'ignorer totalement la Celtique, la Germanie, la (Grande) Bretagne et même l'Italie, l'Adriatique et le Pont Euxin ; il relève deux erreurs grosières : la première réside dans le fait que Timosthène dénombre 40 îles dans le détroit qui sépare l'île de *Lesbos* de la Côte d'Asie Mineure au lieu de

20, la seconde concerne la position respective de Metagonium (actuellement Mellila) et de Massalia (Marseille), que Timosthène place sur le même méridien, alors que selon Strabon, Metagonium est sur le même méridien que *Nova Carthago* (Carthagène). Strabon ajoute que la distance de Nova Carthago à Metagonium est de 3000 stades et que la distance côtière de Nova Carthago à Massalia est de 6000 stades.

Quoique de précision assez faible, la carte, accompagnée de l'ouvrage, fut couramment utilisée par les marins grecs jusqu'à l'apparition de la carte de Marin de Tyr. Mais Timosthène est surtout célèbre par sa rose des vents, connue sous le nom de "rose grecque de Timosthène", que nous avons déjà étudiée à propos d'Aristote.

Rappelons que Timosthène s'efforça d'unifier toutes les roses des vents utilisées en Méditerranée. En adoptant la latitude de Rhodes les azimuts des Soleils levant aux solstices d'été et d'hiver étaient voisins de 60° et de 120°, les directions opposées correspondant au coucher du soleil au solstice d'hiver et au solstice d'été. Bien entendu, l'Est et l'Ouest correspondent au lever du soleil et au coucher du soleil lors des équinoxes.

Cela donnait une rose des vents à 12 directions espacées entre elles uniformément de 30°. Selon *Agathémère*, Timosthène utilisait les 12 directions de la rose pour localiser les peuples ou les contrées éloignées de l'œcumène. Se reporter à la figure 8.16, où sont indiquées les directions de ces peuples et contrées, ainsi que le nom des vents en italique.

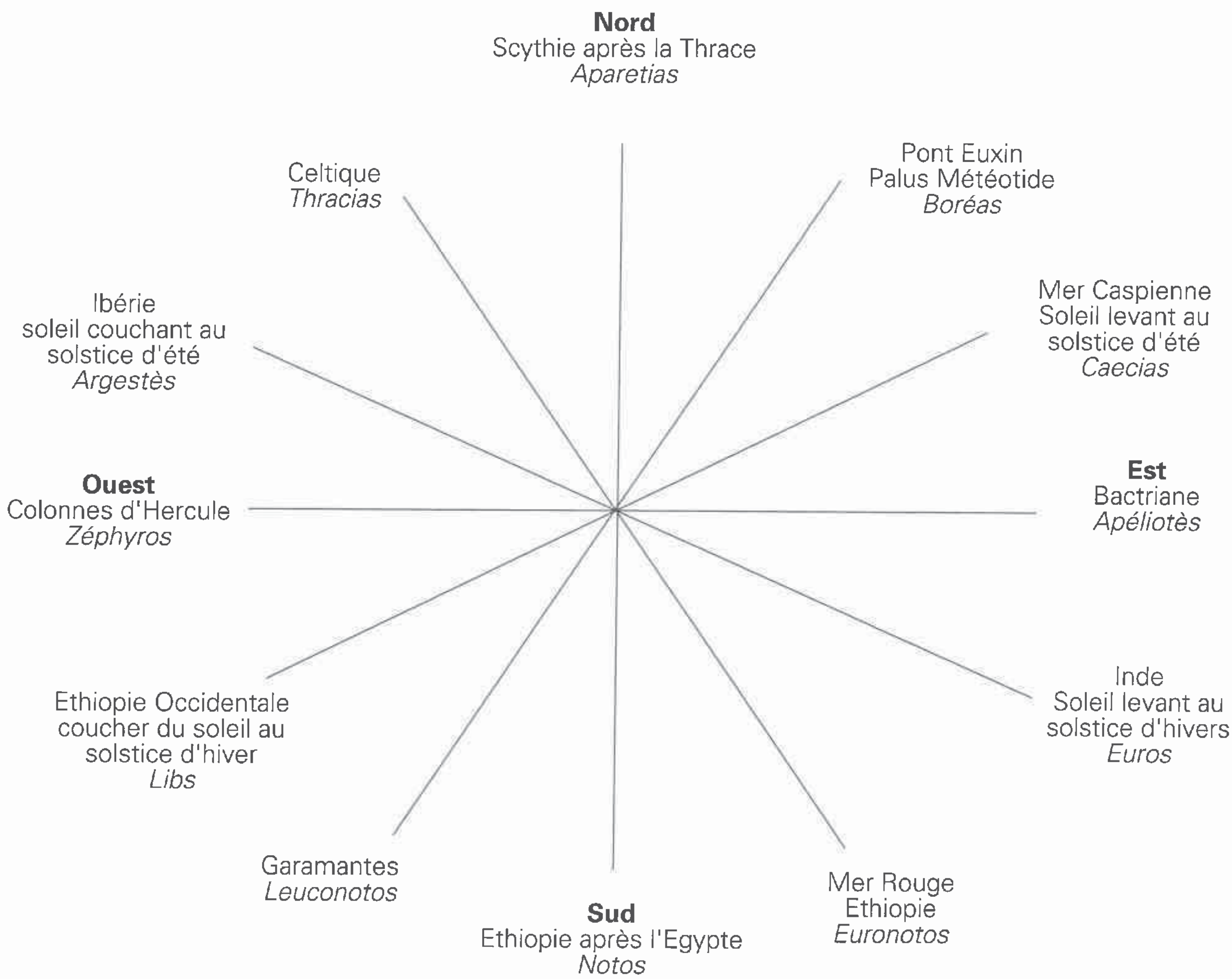


Figure 8.16 Rose des Vents de Timosthène

Bibliographie

1) Histoire de l'astronomie par M. Delambre, Paris 1847.

2) Histoire de la Géographie et Atlas pour l'histoire de la géographie par Vivien de St. Martin, Paris 1873.

3) Kosmos, Entwurf einer physischen Weltbeschriebung 5 vol. par F.W.H. Alexandre von Humboldt, Stuttgart, Tübingen 1845-1862

4) Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne par P. Tannery , Paris 1893.

5) L'astronomie. Evolution des Idées et des Méthodes par G. Bigourdan, Paris 1911.

6) Paulys Realencyclopädie der classischen Altertumswissenschaft III A2, Stuttgart 1929.

7) A history of ancient mathematical astronomy par O. Neugebauer, Berlin, Heidelberg, New York 1975.

8) La géographie dans le monde antique par G. Aujac, Paris 1975.

9) La géographie des Grecs par P. Pédech, Paris 1976.

10) Histoire des arpenteurs et géomètres des origines à l'an 1900 par Evaristo Luciani, Rome 1978.

11) The history of cartography, vol 1 par J.B. Harley et David Woodward, Chicago, Londres 1987.

12) A la recherche du stade et de la coudée dans la "Jaune et la Rouge", N° 464, Avril 1991.