

# Utilisation d'un système inertiel pour la Topographie souterraine

Résultats de quelques essais faits dans la galerie du LEP au CERN  
par Van Den Herrewegen M. - Vanraenenbroeck J.

## 1. Description générale

### 1.1. La plate-forme inertielle

Le cœur d'un système inertiel est composé par la plate-forme. La plate-forme inertielle comporte essentiellement trois accéléromètres et trois gyroscopes. Les axes sensibles de ces trois accéléromètres forment un trièdre accélérométrique dont l'orientation vis-à-vis d'un système de référence est assurée par l'asservissement à trois gyroscopes (Fig. 1)

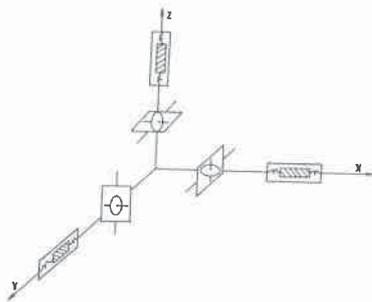


Fig. 1

Le principe de fonctionnement est très simple. Toute accélération imprimée à la plate-forme est détectée par les trois accéléromètres, puis intégrée deux fois par rapport au temps pour fournir le déplacement du véhicule suivant chacun des trois axes. Les constantes d'intégration correspondent aux coordonnées du point de départ.

$$X = X_0 + \Delta X = X_0 + \int v dt = X_0 + \int \int a dt dt$$

Il existe différentes catégories de systèmes inertiels : ceux à plate-forme liée (strap down system) et ceux à plate-forme stabilisée (gimbal system). Le système inertiel qui a été acquis par L'Institut Géographique National de Belgique est le FERRANTI FILS II. Il est du type "plate-forme stabilisée" et le système de référence choisi est défini par un système local d'axes géographiques.

Les gyroscopes utilisés à bord du système FILS II sont des gyroscopes à un degré de liberté. Ils ne peuvent détecter une rotation qu'autour d'un seul axe et il en faut donc trois pour fixer l'attitude du trièdre accélérométrique.

Les accéléromètres employés sont du type pendulaire. Un changement dans la vitesse du véhicule ou dans la valeur de la pesanteur, provoque la déviation du bras du pendule. Celle-ci perturbe l'équilibre d'un pont électrique et le signal détecté est utilisé pour restaurer l'équilibre dans le pont. On peut démontrer que la différence en tension est proportionnelle à l'amplitude de la force subie et que le déphasage vis-à-vis du signal de référence permet de déterminer la direction de la force.

### 1.2. Détermination des erreurs de vitesse (UPDATE)

Il sort du cadre de ce texte d'établir les équations de navigation d'un système inertiel. Pour plus d'informations à ce sujet, nous renvoyons le lecteur à une conférence donnée lors du premier symposium international de l'Association Française de Topographie et publiée dans le Bulletin XYZ (Paris - Décembre 1984).

Il est toutefois utile de rappeler ici la notion de "l'update". Afin de limiter la propagation des erreurs de positionnement en temps réel et d'assurer la linéarité des équations de navigation, le véhicule doit être arrêté toutes les trois à cinq minutes pour mesurer les erreurs de vitesse le long des trois axes de la plate-forme. L'exécution d'un update doit se faire manuellement et prend environ 20 secondes.

Le principe d'un update est très simple. Après une première intégration, nous obtenons la vitesse du véhicule  $v_V$  ainsi que l'erreur de vitesse  $v_e$  (Fig. 2).

L'origine de cette erreur de vitesse n'est d'aucune importance. Elle peut provenir aussi bien de défauts de construction dans la plate-forme que d'influences externes. Après la deuxième intégration, nous obtenons la position du véhicule  $P_V$  ainsi que son erreur de position  $P_e$ . Mais quand le véhicule est arrêté, la vitesse  $v_V$  est nulle et le seul signal détecté par les senseurs est l'erreur de vitesse  $v_e$ . Après correction, nous obtenons la "position vraie" du véhicule.

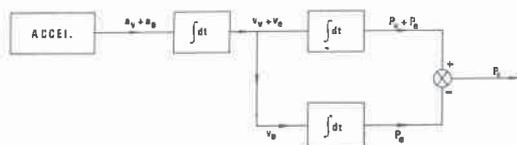


Fig. 2

Il existe essentiellement deux méthodes pour exploiter les informations données par les updates :

1. l'emploi d'un filtre de KALMAN
2. l'intégration de la courbe des vitesses.

À l'Institut Géographique National nous avons opté pour la méthode simple d'intégration de la courbe des erreurs de vitesses.

Pendant chaque update, les erreurs de vitesses  $v_e = (v_N, v_E, v_H)$  le long de chaque axe de la plate-forme sont mesurées. Après plusieurs updates, la courbe des erreurs de vitesses peut être établie. Comme outil d'interpolation, nous avons choisi une fonction quadratique simple :

$$v_e = A + Bt + Ct^2$$

Les coefficients  $A, B$  et  $C$  de cette fonction sont déterminés sur trois updates successifs par la méthode des moindres carrés. La correction entre deux updates successifs ( $t_i$  et  $t_{i+1}$ ) est obtenue par intégration de la courbe des erreurs de vitesses.

$$S = \int_{t_i}^{t_{i+1}} (A + Bt + Ct^2) dt$$

### 1.3. Détermination des paramètres

Bien que la technique de l'"update" permet d'éliminer la plus grande partie des erreurs, les coordonnées inertielle doivent encore être corrigées d'un nombre certain de paramètres. Le modèle fonctionnel, utilisé à l'IGNB, a la forme suivante :

$$\bar{X}_j = x_j + c_1 \Delta x_j + c_3 \Delta y_j + c_5 (\Sigma \Delta t \Delta y)_j$$

$$\bar{Y}_j = y_j + c_2 \Delta y_j - c_4 \Delta x_j - c_6 (\Sigma \Delta t \Delta x)_j$$

avec :

$(X, Y)_j$  : les coordonnées réelles du point  $j$

$(x, y)_j$  : les coordonnées inertielle du point  $j$

$c_1, c_2$  : les facteurs d'échelles

$c_3, c_4$  : les erreurs d'orientation initiales

$c_5, c_6$  : la dérive des gyroscopes

$\Delta x_j, \Delta y_j$  : les déplacements relatifs par rapport au point de départ.

Pour la détermination des paramètres inconnus  $c_i$  ( $i=1$  à  $4$ ) il est indispensable de connaître au moins les coordonnées du point de départ et du point d'arrivée. Un système inertiel est donc essentiellement un outil d'interpolation. Il y a donc une grande correspondance entre la technique du cheminement classique en topométrie et la technique inertielle.

Mais dans un cheminement classique, la propagation des erreurs est indépendante du temps. Dans un cheminement inertiel, ceci n'est pas le cas à cause de la dérive des gyroscopes. Pour déterminer les coefficients  $c_5$  et  $c_6$ , et pour avoir en même temps un contrôle sur des erreurs grossières éventuelles, un cheminement inertiel est généralement exécuté dans les deux sens : aller (d) et retour (r). Pour un point  $j$ , nous obtenons donc deux valeurs pour par ex. la coordonnée  $x_j$  du point :

$$X_j^d = x_j^d + c_1 \Delta x_j^d + c_3 \Delta y_j^d + c_5 (\Sigma \Delta t \Delta y)_j^d$$

$$X_j^r = x_j^r + c_1 \Delta x_j^r + c_3 \Delta y_j^r + c_5 (\Sigma \Delta t \Delta y)_j^r$$

Après soustraction et tenant compte que :

$$\Delta x_j^d \approx \Delta x_j^r$$

$$\Delta y_j^d \approx \Delta y_j^r$$

nous obtenons :

$$x_j^r - x_j^d = c_5 [(\Sigma \Delta t \Delta y)_j^d - (\Sigma \Delta t \Delta y)_j^r]$$

Autrement dit, la différence entre les coordonnées levées à l'aller et au retour est uniquement due aux effets de dérive. Les paramètres  $c_5$  et  $c_6$  sont généralement déterminés par moindres carrés.

Après élimination des paramètres de dérive, les autres paramètres inconnus peuvent être déterminés selon l'une ou l'autre méthode classique de compensation d'un cheminement.

## 2. Expériences au CERN

### 2.1. Descriptions des essais

En coopération avec le Groupe de Géodésie Appliquée du CERN (Mr Mayoud - Mr Coosemans) trois types d'essais différents avaient été conçus pour évaluer la précision d'un lever inertiel en topométrie souterraine.

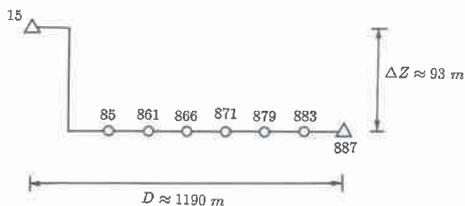


Fig 3

Le premier essai consistait essentiellement à évaluer la précision pouvant être atteinte avec une plate-forme inertielle pour "descendre" des coordonnées dans une galerie.

Le deuxième essai avait pour but d'évaluer la précision sur le "transport de coordonnées" dans une galerie souterraine. Dans ce cas, on supposait qu'au moins deux points souterrains étaient déjà connus au préalable.

Le troisième essai comportait un lever complet, c-à-d., en démarrant d'un point connu à la surface, on a étudié le comportement du système en essayant de lever autant de points que possible dans la galerie du LEP. Les erreurs  $\epsilon_i$  dans les différents tableaux sont les différences en mètre entre les coordonnées inertielles et les coordonnées de référence fournies par le CERN.

Avant de présenter les résultats de ces trois essais, il est important de noter que le FILS II avait déjà été acquis en 1980 et que ce système n'est équipé que d'un processeur 8 bits. Il s'ensuit que par la mise en échelle des différentes valeurs numériques emmagasinées dans la mémoire du système et à cause de la résolution des mesures off-sets, le niveau de bruit des résultats se situe approximativement à 10 cm. Dans sa configuration actuelle, notre système ne permet d'obtenir qu'une précision décimétrique.

### 2.2. Descente de coordonnées

Un seul essai de ce type n'a pu être exécuté pendant la période d'expérimentation. Pour des raisons pratiques (travaux en cours) la plate-forme a été alignée au point 85 (Fig. 3) et les coordonnées ont été "remontées" vers le point 15. Cette inversion du mode opératoire n'a aucune influence sur les résultats bruts présentés dans le Tableau 1.

Point	$\epsilon_X$ (m)	$\epsilon_Y$ (m)	$\epsilon_Z$ (m)
15	0.16	0.16	-0.40
85	0.02	0.40	0.31
15	0.06	0.33	-0.39
85	-0.20	0.45	0.09

Tableau 1

Comme la distance entre le point 85 et le point 15 ( $\approx 45$  m) est relativement faible, le modèle fonctionnel a été modifié légèrement en négligeant les corrections pour le facteur d'échelle et pour l'erreur d'orientation initiale. Après correction, les résultats finaux sont donnés dans le Tableau 2.

Point	$\epsilon_X$ (m)	$\epsilon_Y$ (m)
15	0.20	0.05
15	0.17	-0.09

Tableau 2

### 2.3. Transfert de coordonnées

Trois essais différents ont été exécutés pour le transfert des coordonnées. Chaque fois, le point 85 avait été choisi comme point de départ et le point 882 comme point d'arrivée. Les résultats (moyenne des trois essais) après correction sont donnés dans le Tableau 3.

Point	$\epsilon_X$ (m)	$\epsilon_Y$ (m)	$\epsilon_Z$ (m)
881	0.17	-0.18	-0.59
866	0.06	-0.07	-0.23
871	-0.04	-0.12	0.12
875	0.08	-0.12	0.17
879	0.16	-0.13	0.05

Tableau 3

A l'exception près de l'erreur en Z pour le point 861, on peut considérer que toutes les autres erreurs sont de l'ordre de grandeur de la précision pouvant être atteinte avec l'équipement dont nous disposons.

### 2.4. Lever complet

L'essai le plus intéressant est indiscutablement le lever complet. Démarrant du point 15 à la surface, nous avons essayé de transférer les coordonnées dans la galerie du LEP aussi loin que possible, c-à-d., en deans les deux heures d'opération autorisées par notre équipement.

Afin de se faire une idée de la précision pouvant être atteinte par un navigateur inertiel, le point 887 a été fixé. Les résultats sont donnés dans le Tableau 4.

Point	$\epsilon_X$ (m)	$\epsilon_Y$ (m)	$\epsilon_Z$ (m)
85	-0.19	0.01	0.20
861	-0.07	-0.11	-0.06
866	-0.14	-0.07	0.24
871	-0.15	-0.02	0.19
875	-0.16	0.02	0.11
879	-0.13	0.04	0.08
883	-0.11	0.04	0.11

Tableau 4

Les résultats du Tableau 4 sont obtenus par interpolation entre les points 15 et 887. Il est plus intéressant d'étudier la précision qui peut être atteinte par extrapolation. Toutefois, il est toujours nécessaire de fixer les coordonnées d'au moins deux points pour la détermination des facteurs d'échelle et des erreurs d'orientation initiales. Dans la première variante, les points 15, 85 et 861 ont été fixés. Dans la deuxième variante, nous avons considéré les points 15, 85, 861, 866 et 871 comme connus. Les résultats respectifs sont donnés dans les Tableaux 5 et 6.

Point	$\epsilon_X$ (m)	$\epsilon_Y$ (m)	$\epsilon_Z$ (m)
866	-0.05	0.09	0.45
871	-0.06	0.21	0.46
875	-0.05	0.32	0.45
879	-0.01	0.41	0.48
883	0.02	0.48	0.33
887	0.15	0.50	0.62

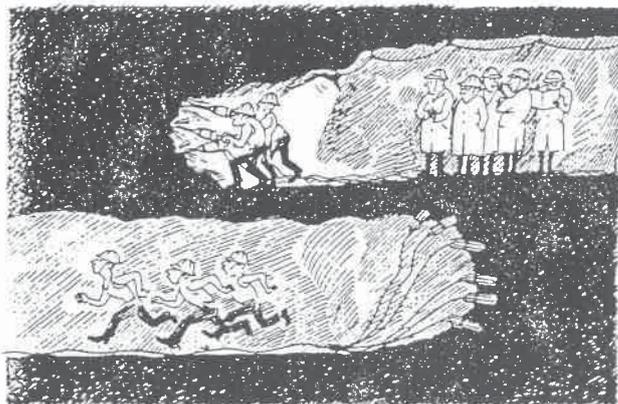
Tableau 5

Point	$\epsilon_X$ (m)	$\epsilon_Y$ (m)	$\epsilon_Z$ (m)
875	0.01	0.10	0.07
879	0.07	0.13	0.10
883	0.10	0.14	0.21
887	0.23	0.11	0.23

Tableau 6

## 3. Conclusions

- En premier lieu, il faut constater que pour obtenir une plus grande précision, une plus petite résolution ( $< 10$  cm) du navigateur est indispensable. La nouvelle génération de systèmes inertiels à une résolution de quelques cm ou mieux.
- Pendant les 2.5 jours d'essai au CERN, nous n'avons pas eu le temps de mettre au point une technique d'observation adaptée au besoin d'un lever souterrain. Nous avons cependant constaté que :
  - il est nécessaire de répéter plusieurs fois les observations afin d'augmenter la fiabilité des résultats.
  - un soin particulier doit être consacré à la calibration de l'équipement (alignement initial, mesure des off-sets fixes).
  - il est souhaitable de compléter le système inertiel par d'autres senseurs tels que clinomètres et nivelles électroniques.



Les risques du métier.

Dessins tirés de  
"La nouvelle borne hilare"  
par Martin BÖHM.