

Le champ de pesanteur en quelques mots

■ Françoise DUQUENNE

Le champ de pesanteur est un grand sujet d'étude pour la géodésie moderne, il concerne en particulier deux applications importantes : la définition et la détermination des altitudes, la détermination des orbites précises de satellites de positionnement. On appelle géodésie physique cette partie de la géodésie et l'objectif ici est de rappeler simplement des notions de ce domaine.

Un point matériel de l'environnement terrestre est soumis à l'attraction universelle exercée par la Terre, à la force de marée due au Soleil et à la Lune, et, si le point est lié à la Terre, à la force centrifuge créée par la rotation terrestre.

Accélération	Ordre de grandeur en Gals (cm.s ⁻²)
Pesanteur au niveau de la mer	980
Accélération centrifuge, à l'équateur, niveau de la mer	3,3
Effet de marée	0,0003

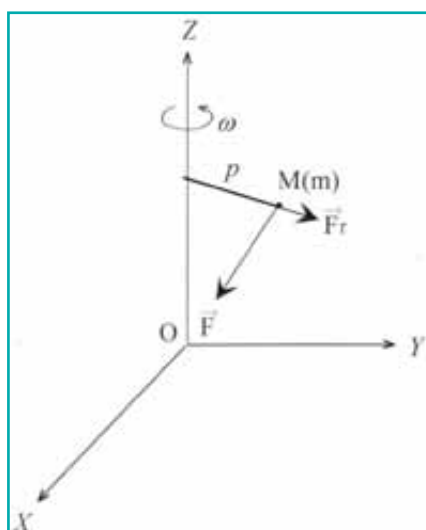


figure 1. Force de gravitation et force centrifuge

La résultante de ces forces est appelée pesanteur et on nomme \vec{g} le vecteur accélération de la pesanteur, qui représente le champ de pesanteur. Les effets de marées sont pris en compte sous forme de corrections.

Le champ de pesanteur dérive d'un potentiel : \vec{g} est le gradient du potentiel de pesanteur W :

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W}{\partial X} \\ \frac{\partial W}{\partial Y} \\ \frac{\partial W}{\partial Z} \end{pmatrix}$$

W est difficile à calculer car la Terre n'est pas une sphère et la répartition des masses n'est pas homogène à l'intérieur de ce volume.

Les surfaces équipotentielles du champ de pesanteur ne sont pas parallèles en particulier elles se resserrent en approchant du pôle et sont déformées à l'abord de masses importantes (montagnes, volcans, etc.). Une équipotentielle particulière (W_0) est appelée géoïde, on dit communément qu'elle correspond au niveau moyen des mers, mais cette notion n'est pas assez précise.

La verticale en un point est la direction du vecteur \vec{g} en ce point et est perpendiculaire à l'équipotentielle du champ de pesanteur en ce point communément appelé surface horizontale (matérialisée par exemple par un plan d'eau).

Le vecteur \vec{g} peut être déterminé en des points de la surface de la Terre : son intensité g par gravimétrie, et sa direction par astronomie en déterminant les coordonnées géographiques astronomiques. En effet la latitude astronomique d'un point est l'angle entre la verticale en ce point et le plan de l'équateur.

En géodésie physique on utilise souvent un modèle de Terre, qui est un ellipsoïde de révolution, tournant à la même vitesse que la Terre et ayant la même masse globale, mais supposée répartie uniformément. Ce modèle mathématique génère un champ dit normal, dont on peut calculer facilement l'accélération γ dont la direction est la normale à l'ellipsoïde ainsi que le potentiel V. Ces valeurs sont souvent utilisées comme des valeurs approchées du champ de pesanteur réel. L'ellipsoïde utilisé actuellement est quasiment toujours le GRS80.

La déviation de la verticale

Pour repérer la direction de \vec{g} en un point on utilise l'angle entre la verticale et la normale à l'ellipsoïde (θ) et on peut calculer les composantes du vecteur unitaire de la verticale :

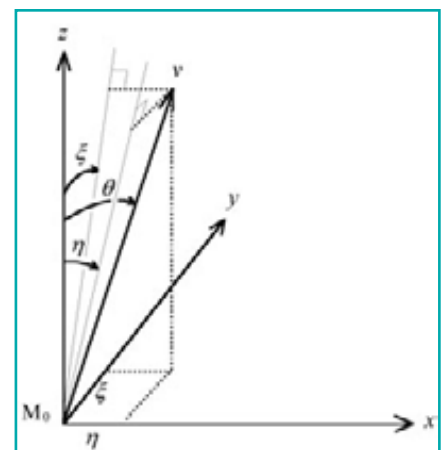


figure 2. Déviation de la verticale dans le repère local géodésique (Moz : normale)

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\lambda_a - \lambda_g) \cos \varphi \\ \varphi_a - \varphi_g \end{pmatrix}$$

(λ_a, λ_g) : longitudes astronomique et géodésique

(φ_a, φ_g) : latitudes astronomique et géodésique

Géoïde

Un modèle de géoïde consiste en la donnée de la hauteur du géoïde au-dessus de l'ellipsoïde en fonction de la position du point de calcul : $N(\lambda, \varphi)$

Il y a plusieurs façons de représenter cette fonction : carte avec courbes de niveaux, grilles, développements en harmoniques sphériques, ondelettes.

Que ce soit pour la déviation de la verticale, ou pour la hauteur du géoïde, l'ellipsoïde doit être précisé non seulement en dimension, mais aussi en position par rapport à la Terre, c'est-à-dire qu'il faut donner le système de référence géodésique associé.

A titre d'exemple, la hauteur du géoïde par rapport à l'ellipsoïde Clarke1880 et dans le système NTF est voisine de zéro à Paris. Elle est d'environ 44 mètres par rapport à l'ellipsoïde GRS80 et le système géodésique RGF93.

Les déterminations de modèles de géoïde sont complexes, et de nombreuses données liées au champ de pesanteur peuvent être utilisées : mesures de g , déviation de la verticale, altimétrie satellitaire, perturbations d'orbites satellites...

Nivellement et altitude

La notion usuelle est que l'altitude est la hauteur au-dessus du niveau de la mer. En précisant un peu plus on parle de niveau moyen de la mer, ou encore d'équipotentielle particulière du champ de pesanteur : le géoïde.

Pour faire des déterminations précises d'altitude, on fait du nivellement, c'est-

à-dire que partant d'un repère d'altitude connue, on fait un cheminement avec un niveau dont l'axe optique est horizontal et on détermine des dénivelées en faisant des lectures avant et arrière sur des mires verticales.

Si on se déplaçait sur une équipotentielle du champ de pesanteur les dénivelées seraient constamment nulles. Le paradoxe, c'est que les équipotentielles du champ de pesanteur ne sont pas parallèles et donc si on se déplace en suivant une direction plein nord sur une équipotentielle, la dénivelée va être nulle, mais la hauteur au-dessus du géoïde au point de départ sera plus grande qu'au point d'arrivée. On peut dire aussi que si on chemine entre deux points de même latitude, on n'obtiendra pas la même dénivelée selon que l'on fait un cheminement qui passe au nord, ou un autre au sud, car la distance entre les équipotentielles ne sera pas la même : la dénivelée dépend du chemin suivi. Ce qui est indépendant du chemin suivi entre deux équipotentielles, c'est la différence de potentiel, et donc en combinant du nivellement et de la gravimétrie on va déterminer des différences de potentiel : $g \cdot \delta h$

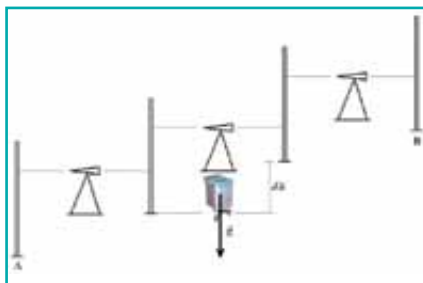


figure 4. Cheminement nivellement-gravimétrie

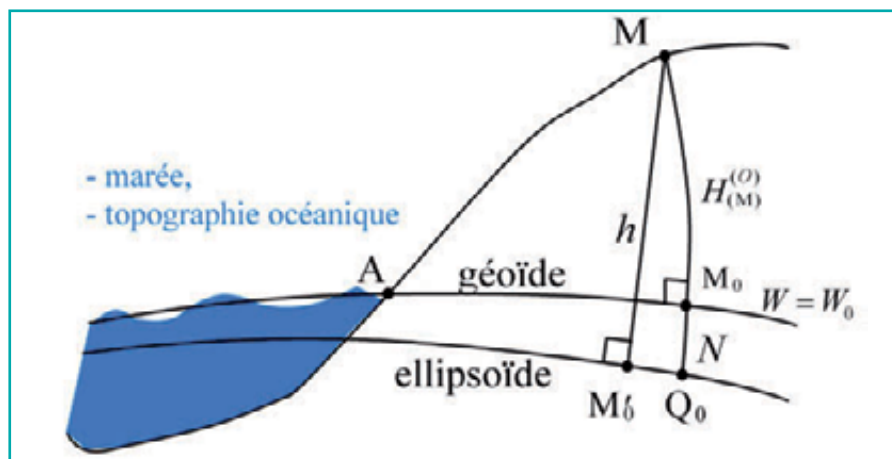


figure 3. L'altitude (H), la hauteur au-dessus de l'ellipsoïde (h)

L'altitude est alors définie par :

$$H_M^{(*)} = - \frac{W(M) - W(A)}{\gamma^{(*)}(M)}$$

$$W(M) - W(A) = \int_A^M \vec{g} \cdot d\vec{s}$$

en discrétisant $\cong \sum_A^M g \delta h$

A : point fondamental proche d'un marégraphe

$$W(A) \cong W_0$$

M : point quelconque

(*) : type d'altitude

$\gamma^{(*)}$: pesanteur théorique, ou modèle, ou moyenne.

L'altitude ainsi définie ne dépend pas du chemin suivi.

Par un choix judicieux de $\gamma^{(*)}$, l'altitude peut être très proche de la hauteur au-dessus du géoïde.

C'est le choix de $\gamma^{(*)}$ qui définit le type d'altitude :

En prenant $\gamma^{(*)}$ égal à 1 le résultat est une *cote géopotentielle*.

Pour calculer une *altitude dynamique* on donne à $\gamma^{(*)}$ la valeur de l'accélération normale pour la latitude 45° et l'altitude 0. L'*altitude orthométrique* est obtenue en attribuant à $\gamma^{(*)}$ la valeur de g à la surface, corrigée par un gradient pour obtenir une valeur à H/2.

Pour l'*altitude normale* on prend pour $\gamma^{(*)}$ la valeur de la pesanteur normale à la latitude du point et à l'altitude H/2. Dans la pratique, on ne mesure pas g partout. Dans le réseau de nivellement français g a été mesuré sur tout le 1^{er} ordre et le 2^e ordre en montagne. Ailleurs une correction orthométrique permet de corriger les dénivelées de la variation de g avec la latitude par une formule déduite du champ normal. La non-prise en compte de cette correction de Perpignan à Dunkerque, à une altitude moyenne de 100 m occasionnerait une erreur de 8 cm sur la dénivelée.

Pour les utilisateurs du réseau de nivellement IGN le problème ne se pose pas. D'une part, ils font des cheminements courts et d'autre part, en partant d'un repère, et en fermant le cheminement sur un autre repère dont les altitudes prennent en compte la pesanteur, cet écart est corrigé dans la compensation. ●