

# Greenwich or not Greenwich

Ou pourquoi le méridien zéro du système GPS passe à plus de 100 mètres à l'Est du trait méridien de l'Observatoire de Greenwich

■ Robert VINCENT

La projection UTM utilisée pour le positionnement par GPS, est tributaire de l'adoption d'un

système mondial de coordonnées trirectangulaires. Ce système a nécessité l'adoption d'un plan méridien original qui diffère quelque peu du plan méridien passant par le trait méridien de l'Observatoire de Greenwich.

La raison en est ici exposée.

## MOTS-CLÉS

Projection UTM, Méridien zéro, Ecart au trait méridien de Greenwich



Le trait vertical marquant le méridien de l'Observatoire de Greenwich.

## Longitudes astronomiques et longitudes géodésiques

Les longitudes astronomiques et les longitudes géodésiques, bien que de nature différente, peuvent être confondues pour l'usage courant. Il n'en est pas de même pour le scientifique car les valeurs astronomiques et géodésiques des longitudes ne sont pas tout à fait identiques.

En voici l'explication.

### ■ Plan méridien astronomique et plan méridien géodésique

La longitude d'un point sur la Terre est l'angle dièdre que fait son plan méridien avec le plan méridien d'un point de référence auquel on attribue généralement la longitude zéro.

Il s'agit donc de définir ce que l'on entend par plan méridien et pour cela nous allons considérer deux droites : l'axe de rotation de la Terre et la verticale du lieu. Tout serait simple si ces deux droites étaient concourantes et le plan méridien serait alors le plan

comprenant les deux droites. Mais il n'en est rien. Les deux droites ne se coupent pas et passent à une certaine distance l'une de l'autre, jusqu'à plusieurs centaines de mètres. En effet, la verticale en un lieu prend la direction de la ligne de force de la pesanteur, certes sensiblement dirigée vers le centre de gravité de la Terre, mais perturbée par le voisinage des masses de la croûte terrestre.

Pour les astronomes, de par la conception des lunettes méridiennes, le plan méridien d'un lieu est le plan vertical qui est parallèle à l'axe de rotation de la Terre. Ce plan méridien est dit astronomique. Il forme avec un plan méridien astronomique origine, un angle appelé *longitude astronomique*. Le plan méridien astronomique origine, de longitude  $0^\circ$ , est celui de l'Observatoire de Greenwich, plan parallèle à l'axe de rotation de la Terre, contenant le trait vertical marquant le méridien de l'Observatoire.

Pour les géodésiens, qui assimilent la Terre à un ellipsoïde de révolution, le plan méridien d'un lieu contient l'axe de l'ellipsoïde, passe par le lieu et contient donc la normale en ce point à la surface géométrique de l'ellipsoïde. Ce plan méridien est dit géodésique. Il forme avec un plan méridien géodésique origine, un angle appelé *longitude géodésique*.

Aujourd'hui, la géodésie est référée à un système de coordonnées tridimensionnelles mondiales géocentrées et l'ellipsoïde WGS 84, adopté au plus près du géoïde, est géocentré, son axe de révolution est confondu avec l'axe de rotation de la Terre. On parle alors de plan méridien géodésique géocentré et de *longitude géodésique géocentrée*.

La détermination du plan méridien origine du système de coordonnées tridimensionnelles mondiales géocentrées et de l'ellipsoïde géocentré est exposée ci-après.

### ■ Déviation de la verticale

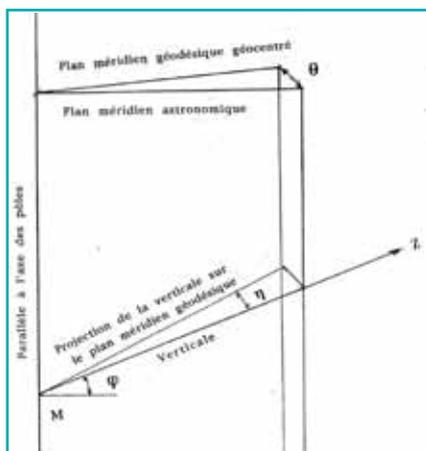
En un lieu, la verticale, donc la normale au géoïde en ce point, n'est ni confondue ni même parallèle sauf exception, avec la normale à l'ellipsoïde au point représentatif du lieu. La différence angulaire est un petit angle que les géodésiens appellent "déviations de la verticale". Ses composantes en longitude  $\eta$  (éta) et en latitude  $\xi$  (xi) traduisent les différences entre les coordonnées (longitude et latitude) astronomiques et géodésiques d'un point. Ce sont aussi les angles d'inclinaison du géoïde par rapport à l'ellipsoïde respectivement dans les sens Est-Ouest et Nord-Sud.



Cette déviation de la verticale peut prendre parfois des valeurs relativement importantes. Par exemple, une déviation relative d'une centaine de seconde d'arc, se trouve entre deux points situés à 70 km l'un de l'autre, au Nord et au Sud de l'île de La Réunion, où la distance déduite des positions astronomiques diffère de 3 km de celle qui est trouvée par la géodésie.

■ **Angle en un lieu entre son plan méridien géodésique géocentré et son plan méridien astronomique**

En un point, le plan méridien géodésique géocentré est défini par ce point et contient l'axe de rotation de la Terre. Il est donc indépendant de tout ellipsoïde géodésique géocentré. Comme le plan méridien astronomique est défini par la verticale en ce point et est parallèle à l'axe de la Terre, nous pouvons dire qu'en un point à la surface de la Terre, l'angle que font entre eux les plans méridiens astronomique et géodésique géocentré est une caractéristique intrinsèque du lieu. Nous allons évaluer cet angle :



En un lieu, le plan méridien géodésique géocentré et le plan méridien astronomique se coupent suivant la droite parallèle à l'axe de rotation de la Terre passant par ce point, et forment entre eux un angle  $\theta$  (théta) égal à la composante en longitude  $\eta$  de la déviation de la verticale, divisée par le cosinus de la latitude  $\varphi$  :

$$\theta = \eta / \cos \varphi$$

La latitude étant supposée connue, la connaissance de  $\theta$  dépend donc de la mesure de l'angle de pente Est-Ouest  $\eta$  du géoïde par rapport à l'ellipsoïde géocentré. Cet angle est accessible grâce à des mesures satellitaires donnant la hauteur de points environnants, rapportée à l'ellipsoïde, et à l'altitude de ces mêmes points obtenue par un nivellement local qui révèle le géoïde.

En résumé, on retiendra que le plan méridien géodésique géocentré en un point, défini par ce point et l'axe de la Terre, est indépendant de l'ellipsoïde géocentré adopté, et qu'il fait avec le plan méridien astronomique, un angle  $\theta$  qui ne dépend que des angles  $\eta$  que la verticale fait avec lui et  $\varphi$  avec le plan perpendiculaire à l'axe de la Terre.

### Méridien origine

En 1968, le Bureau International de l'Heure (BIH) a référé le contrôle de l'heure par rapport aux longitudes astronomiques de 68 stations réparties sur le monde entier, en sorte qu'une meilleure précision est obtenue par le zéro statistique de l'ensemble de ce réseau. Bien entendu, l'Observatoire de Greenwich avec sa longitude astronomique égale à zéro pour son trait méridien, donne toujours pratiquement l'origine des longitudes astronomiques.

Par convention, en un point, la différence entre sa longitude géodésique géocentrée  $\lambda_g$  et sa longitude astronomique  $\lambda_a$  est réputée égale à l'angle  $\theta$  que font entre eux ses plans méridiens géodésique géocentré et astronomique.

$$\lambda_g - \lambda_a = \theta$$

L'angle  $\theta$  que font entre eux les plans méridiens géodésique géocentré et astronomique a été déterminé en quelques stations parmi les 68 du BIH. Des longitudes géodésiques géocentrées  $\lambda_g$  de ces stations ont ainsi été déduites simplement en ajoutant leur petit angle  $\theta$  à leur longitude astronomique  $\lambda_a$ .

Ce petit angle  $\theta$  peut atteindre plusieurs dizaines de secondes d'arc et cet écart, traduit en mètres, est couramment de 50 à 200 mètres et en un cas extrême 1500 mètres.

La précision de ces longitudes géodésiques géocentrées est, dans le meilleur des cas, égale à celle des longitudes astronomiques, de l'ordre de deux dixièmes de seconde d'arc ( $1.10^{-6}$  radian).

Or, les longitudes géodésiques géocentrées  $\lambda_s$  issues des systèmes satellitaires tels que le GPS, ont une cohérence entre elles bien meilleure, de l'ordre du millième de seconde d'arc, mais dépendent de la fixation d'une longitude origine.

Cette origine a été fixée de telle sorte que, pour les stations de référence, les différences entre les longitudes géodésiques  $\lambda_g$  déduites des longitudes astronomiques, et celles qui sont mesurées par système satellitaire  $\lambda_s$ , soient minimales, c'est-à-dire que leur somme soit nulle, en affectant des poids pour chaque station, en fonction de la précision estimée sur la longitude géodésique  $\lambda_g$ .

$$\sum p (\lambda_g - \lambda_s) = 0$$

Ainsi, en chacune des stations de référence, la longitude géodésique issue de mesures satellitaires  $\lambda_s$  et la longitude astronomique  $\lambda_a$  diffèrent d'un angle  $\theta'$  le plus voisin possible de  $\theta$ .

$$\lambda_s - \lambda_a = \theta' \quad \sum p (\theta' - \theta) = 0$$

Ainsi sont fixées les longitudes géodésiques géocentrées et le plan du méridien zéro de l'ellipsoïde WGS 84 du système GPS qui est aussi le plan Oxz du système mondial de coordonnées trirectangulaires géocentrées.

### La longitude géodésique de l'Observatoire de Greenwich

À Greenwich en particulier, où la longitude astronomique du trait méridien est  $0^\circ$ , la longitude géodésique géocentrée n'est pas nulle. On constate en effet :





- **Longitude astronomique du trait méridien** :  $0^{\circ}00'00''$   
et du **cercle méridien de Airy** :  $0^{\circ}00'00,418''$  E
- **Longitude géodésique par GPS/WGS 84 du cercle méridien de Airy** :  $0^{\circ}00'05,310''$  W
- **Longitude géodésique du trait méridien** :  $0^{\circ}00'05,728''$  W

Le plan méridien zéro de l'ellipsoïde WGS 84, et donc le plan Oxz du système mondial de coordonnées trirectangulaires géocentrées qui sert de référentiel au système GPS, est ainsi à 5,728" à l'Est du trait méridien de l'observatoire de Greenwich. Or, en longitude  $1'' = 19,30$  mètres à la latitude de Greenwich. Le méridien zéro GPS passe ainsi à plus de 110 mètres à l'Est du trait méridien.

Cet angle de 5,7" est égal à l'angle que fait la verticale avec le plan méridien géodésique, divisé par le cosinus de la latitude.

Ainsi, les géodésiens britanniques ont regretté de perdre cette référence au trait méridien de Greenwich pour la géodésie mondiale, mais ils ne purent rien contre le fait que la verticale y fait un angle de  $5,7'' \times \cos \varphi$ , soit 3,6", avec le plan méridien contenant l'axe de rotation de la Terre.

### ■ La longitude géodésique de l'Observatoire de Paris

De même, à Paris, on constate sur le méridien de l'Observatoire :

- **Longitude astronomique Est**  
 $9 \text{ min } 20,935 \text{ s} = 2,33723^{\circ} = 2^{\circ}20'14,025''$
- **Longitude géodésique par GPS/WGS 84** :  $2,33653^{\circ} = 2^{\circ}20'11,4909''$
- **différence** :  $0,00070^{\circ} = 0^{\circ}00'02,5''$

À Paris, la verticale fait un angle de  $2,5'' \times \cos \varphi$ , soit 1,6" avec le plan méridien contenant l'axe de rotation de la Terre et la pente Est-Ouest du géoïde par rapport à l'ellipsoïde géocentré est ainsi de 8 mm par km.

Les éditions récentes des feuilles de la carte de France à l'échelle du 1/25 000



L'observatoire de Greenwich.

comportent en surcharge bleue le pseudo quadrillage des coordonnées de la projection UTM associée à l'ellipsoïde WGS 84. Sur ces cartes, les angles des feuilles qui ont un côté sur le méridien de Paris, portent bien en bleu l'indication arrondie de la longitude géodésique géocentrée sur l'ellipsoïde WGS 84 de  $2^{\circ}20'11''$  ou  $2^{\circ}20'12''$ .

La différence des longitudes géodésiques géocentrées entre les traits méridiens des Observatoires de Paris (longitude géodésique GPS  $2^{\circ}20'11,4909''$  Est) et de Greenwich (longitude géodésique GPS  $0^{\circ}00'05,7''$  W) est donc de  $2^{\circ}20'17,2''$ .

### ■ La méridienne d'un lieu

Il est important de souligner qu'avec un ellipsoïde de révolution géocentré, le long d'une ligne méridienne Nord-Sud, tous les points appartiennent à un même plan méridien géodésique et la longitude géodésique est constante, alors que la longitude astronomique change continûment au gré des variations de l'angle que fait la verticale avec ce plan méridien.

Pour éviter toute ambiguïté, on doit réserver le mot méridienne à la méridienne géodésique.

Cela veut dire aussi que deux points ayant même longitude astronomique, ont très peu de chance d'être exactement sur la même ligne Nord-Sud ! Un plan méridien astronomique est l'apanage d'un point, et il n'a pas à être considéré en d'autres lieux. La méridienne d'un lieu, fut-elle celle d'un observatoire astronomique, est la trace au sol de son plan méridien géodésique. ●

### ABSTRACT

*The UTM projection, used for GPS positioning, is submitted to the preliminary acceptance of a world system of trirectangular coordinates. This system has required the choice of an initial meridian plan which differs in a small way from the meridian plan corresponding to the meridian line of Greenwich Observatory. The reason for it is here explained.*