

Choix optimal d'un modèle analytique de covariance pour la validation des mesures gravimétriques par la méthode de Collocation (Application : Nord de l'Algérie)

■ BENAHMED DAHO S. A. - SAHEL C. - ZEGGAI A.

La validation des données est une procédure extrêmement stricte qui garantit la qualité et l'intégrité de la banque de données gravimétriques. Elle est appliquée systématiquement, avant intégration dans la banque, à tout ensemble de données. Son principe consiste à faire une comparaison entre les valeurs observées et prédites, estimées par une technique puissante telle que la méthode de la Collocation. Cependant, la difficulté majeure dans son application réside dans la détermination de sa fonction de covariance empirique et par conséquent, la sélection de sa représentation analytique correspondante capable de décrire le comportement local du champ de gravité. Ainsi, l'objectif principal de cet article est de proposer une procédure pour la sélection du modèle analytique approprié de covariance à des fins de validation. Plusieurs fonctions locales analytiques de covariance couramment utilisées en géodésie physique ont été testées en vue de sélectionner dans la zone test, à partir d'une procédure statistique, le modèle adéquat. Pour ce but, les données de gravité fournies par le B.G.I. composées de 2041 mesures de gravité couvrant la partie nord de l'Algérie entre les limites $[34^\circ, 37^\circ]$ en latitude et $[-2^\circ, 8^\circ]$ en longitude, ainsi que le modèle géopotential optimal OSU91A développé jusqu'au degré et ordre 360, ont été utilisés pour tester la méthodologie conçue. La validation a été appliquée aux anomalies à l'air libre réduites de l'effet du modèle géopotential de référence OSU91A. Le taux d'erreur détecté en utilisant cette technique représente 2.16% qui reste insignifiant relativement au nombre de mesures utilisées et prouve que les mesures de gravité fournies par le B.G.I. sont de bonne qualité et peuvent être employées en conséquence dans le calcul du géoïde Algérien. En outre, ce travail montre l'inhomogénéité des données de gravité dans la zone expérimentale et l'insuffisance de leur précision.

■ mots-clés

Collocation, Modèle global de potentiel, procédure de validation.

Les problèmes de géodésie physique relatifs à la détermination par voie gravimétrique de la forme réelle de la terre sont formulés et résolus en termes d'intégrales étendues sur la terre entière. Ceci requiert la connaissance d'une manière continue la valeur de la pesanteur en tout point de la surface de la terre. En pratique, on mesure la pesanteur en quelques points seulement, donc il va falloir prédire la valeur de la pesanteur aux points autres que les points de mesure par le moyen d'interpolation et/ou d'extrapolation en utilisant une technique puissante telle que la Collocation par les moindres carrés.

Cette méthode à caractère statistique est considérée comme la seule technique capable de fournir, en plus de la valeur de prédiction, l'erreur sur cette estimation qui constitue une information capitale pour procéder à une analyse fiable et rigoureuse des résultats de prédiction obtenus.

Cependant et face à cet avantage, le problème crucial dans l'application de cette méthode demeure dans le calcul de sa fonction de covariance empirique et par conséquent, la sélection de sa représentation analytique correspondante. Cette fonction devrait être utilisée pour exprimer la dépendance statistique entre les quantités mesurées et celles à prédire qui peuvent être de même nature ou de nature différente.

L'objectif de cet article est de proposer une méthodologie et des procédures permettant de choisir, parmi les modèles de covariance existants, un modèle local de covariance optimum dans la zone expérimentale, de comparer les résultats de prédictions obtenus par divers modèles de covariance proposés dans la littérature afin de tester la sensibilité de la méthode de la collocation par les moindres carrés aux modèles utilisés, et enfin de valider l'ensemble des mesures gravimétriques utilisées dans

■ ■ ■

- ■ ■ cette étude. Dans ce contexte, les données de gravité fournies par le B.G.I. composées de 241 mesures couvrant la partie nord de l'Algérie ainsi que le modèle géopotentiel OSU91A ont été utilisés pour tester la méthodologie développée.

Enfin, il faut noter qu'aujourd'hui, le choix de ce modèle, comme les procédés d'ajustement des modèles aux données sont encore des problèmes scientifiques ouverts et nécessitent en revanche une attention particulière.

Méthode de Collocation

On rappelle, dans ce paragraphe, le principe de la collocation avec utilisation d'une fonction de covariance. Pour une description complète de cette méthode, nous conseillons aux lecteurs de consulter l'ouvrage de Moritz (1980).

La collocation est une méthode d'estimation optimale applicable notamment aux "signaux gravimétriques". L'estimation d'un signal scalaire $S(P)$ va devoir être effectuée à partir de :

- mesures I_i d'origines pouvant être diverses, effectuées en des points Q_i et tel que : $I_i = L_i s$ ($i = 1, \dots, q$)
 L_i est un opérateur linéaire pouvant comporter des dérivations par rapport aux coordonnées du point P.
 L'écriture matricielle est : $I = L \cdot s$
 Où L et I sont deux vecteurs de q composantes.
- une fonction de covariance du signal aléatoire S .

■ Collocation par les moindres carrés

La méthode de la collocation par moindres carrés ne nécessite pas la connaissance d'un modèle mathématique précis auquel S obéirait. Cette particularité est intéressante en gravimétrie où les perturbations ($\zeta, \eta, T, N, \Delta g, \dots$) dues aux accidents de relief sont considérées comme des quantités aléatoires.

La méconnaissance du modèle mathématique est palliée par une exploitation des propriétés statistiques de S . On considère à priori le signal S et les mesures I_i comme des grandeurs aléatoires de valeur moyenne nulle.

Soient : $I = (I_1, I_2, \dots, I_q)^T$ le vecteur des observations, et $S = (S_1, S_2, \dots, S_m)^T$ le vecteur des signaux, deux quantités aléatoires centrées.

On considère également, les matrices de covariance suivantes : $C_{II} = \text{Cov}(I, I) = E\{I I^T\}$: Matrice auto-covariance des observations, de dimension $q \times q$,

$C_{sI} = \text{Cov}(s, I) = E\{s I^T\}$: Matrice des covariances croisées entre I et s , de dimension $m \times q$

$C_{ss} = \text{Cov}(s, s) = E\{s s^T\}$: Matrice auto-covariance du signal, de dimension $m \times m$

Où $E\{\cdot\}$ représente l'espérance mathématique.

Le problème consiste à trouver la meilleure estimation \hat{s} du signal s sur la base des données disponibles sachant que la dépendance entre I et s n'est pas exprimée par un modèle fonctionnel, mais uniquement par le biais des matrices de variance-covariance.

Une estimation linéaire du vecteur s sera de la forme : $\hat{s} = H \cdot I$ (1)
 Où H est une matrice rectangulaire de dimension $m \times q$ à déter-

miner de manière à minimiser chacun des termes diagonaux de la matrice de covariance de l'erreur ($\varepsilon = \hat{s} - s$), telle que :

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = \text{Cov}(\varepsilon, \varepsilon) = E\{\varepsilon \varepsilon^T\} = E\{(\hat{s} - s)(\hat{s} - s)^T\}$$

Les termes diagonaux de cette matrice représentent les variances σ_k^2 de l'erreur, telle que :

$$\sigma_k^2 = E\{\varepsilon_k^2\} = E\{(\hat{s}_k - s_k)^2\}$$

L'expression du produit $\varepsilon \varepsilon^T$ est donnée par :

$$\varepsilon \varepsilon^T = (H \cdot I - s)(H \cdot I - s)^T = H \cdot I I^T \cdot H^T - s \cdot I^T \cdot H^T - H \cdot I s^T + s \cdot s^T,$$

dont l'espérance mathématique fournit la matrice de covariance de l'erreur :

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = E\{\varepsilon \varepsilon^T\} = H \cdot E\{I I^T\} \cdot H^T - H \cdot E\{s I^T\} + E\{s s^T\} \quad (2)$$

$$= H \cdot C_{II} \cdot H^T - C_{sI} \cdot H^T - H \cdot C_{sI} + C_{ss} \quad (3)$$

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = C_{ss} - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1} \cdot C_{Is} + (H - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1}) \cdot C_{II} \cdot (H - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1})^T$$

ceci depuis la relation :

$$C_{Is} = C_{sI}^T = E\{s I^T\}$$

L'expression (3) est constituée d'une partie constante A et une partie B qui dépend de H telles que :

$$A = C_{ss} - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1} \cdot C_{Is}$$

$$B = (H - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1}) \cdot C_{II} \cdot (H - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1})^T$$

La matrice B est définie positive et par conséquent ses termes diagonaux sont toujours positifs. Pour que la variance de l'erreur de la matrice $C_{\varepsilon\varepsilon}$ soit minimale, il faut choisir $B=0$, et on aura : $H = C_{sI} \cdot C_{II}^{-1}$

Sous ces conditions, l'estimation optimale de s est donnée par la formule :

$$\hat{s} = H \cdot I = C_{sI} \cdot C_{II}^{-1} \cdot I \quad (4)$$

et sa matrice de covariance se réduit à :

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = C_{ss} - C_{sI} \cdot C_{II}^{-1} \cdot C_{Is} \quad (5)$$

■ Prédiction des anomalies de gravité

Le problème d'interpolation ou d'extrapolation par les moindres carrés des anomalies de gravité (Heiskanen and Moritz, 1967, sec. 7-6) peut être considéré comme une application de la présente méthode de prédiction. En effet, si on désigne par $I = (\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_n)^T$ le vecteur des anomalies de gravité aux points d'observation p_i , et par $S = \tilde{\Delta g}_p$ la valeur prédite d'anomalie de gravité au point P , alors les équations (4) et (5) deviennent :

$$\tilde{\Delta g}_p = (C_{p1}, C_{p2}, \dots, C_{pn}) \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{12} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \vdots \\ \Delta g_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

et

$$C_{\varepsilon p \varepsilon p} = C_0 - (C_{p1}, C_{p2}, \dots, C_{pn}) \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{12} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} C_{p1} \\ C_{p2} \\ \vdots \\ C_{pn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

avec ε_p désigne l'erreur de prédiction, $C_{ij} = C(\Delta g_i, \Delta g_j) = C(d_{ij})$, $C_{pi} = C(\Delta g_p, \Delta g_i) = C(d_{pi})$, et $C_0 = C(\Delta g_p, \Delta g_p) = C(0)$.

Les formules (6) et (7) sont identiques, aux notations près, aux équations établies dans le cas de la prédiction des anomalies de gravité par les moindres carrés (Heiskanen and Moritz, 1967, sec. 7-6).

Toutes les covariances C_{Pi} et C_{ij} sont obtenues à partir de la même fonction de covariance des anomalies de pesanteur $C(d)$ que nous supposons qu'elle est isotrope et qu'elle dépend uniquement de la distance horizontale entre les points considérés.

Procédure de calcul

La méthodologie générale adoptée, dans le cadre de ce travail, pour le choix optimal d'un modèle analytique de covariance à des fins de validation, est décrite par les étapes successives suivantes :

- Calcul de la fonction de covariance empirique et son ajustement sur les modèles analytiques locaux de covariance,
- validation de l'ensemble des mesures gravimétriques de la zone expérimentale.

A cet effet, un programme en langage Fortran a été élaboré à la Division de Géodésie du Centre National des Techniques Spatiales. Il permet de calculer la fonction de covariance empirique, de sélectionner sa représentation analytique correspondante et ceci par ajustement des valeurs empiriques de covariance sur les modèles locaux existants, et d'effectuer une interpolation ponctuelle et de générer une grille régulière.

■ Description des différents modules du programme

Le programme principal comporte trois modules essentiels décrits ci-dessous qui font appel à d'autres sous-routines nécessaires pour l'organisation et le traitement des données.

COVAR_EMPIRIQUE : Ce module permet le calcul de la fonction de covariance empirique, et ses deux paramètres empiriques essentiels à savoir, la variance C_0 et la distance de corrélation ζ .

Paramètres d'entrée : (Pas d'échantillonnage, Nombres d'intervalles, fichier de données)

Paramètres de sortie : (variance C_0 , distance de corrélation ζ et le vecteur des covariances)

ADJUST : Ce programme est établi pour ajuster la fonction de covariance empirique sur les modèles analytiques de covariance en utilisant la méthode itérative des moindres carrés où la solution approchée n'est autre que les paramètres empiriques C_0 et ζ .

Paramètres d'entrée : (C_0 et ζ empiriques, vecteur des covariances empiriques et option de covariance avec ou sans pondération)

Paramètres de sortie : (valeurs ajustées des paramètres (C_0 , ζ), vecteur des covariances analytiques pour chaque modèle).

PREDICTION : Le module de prédiction inséré dans le programme est une partie extraite du programme GEOGRID du logiciel GRAVSOF (Tscherning et al., 1992) largement éprouvé et validé par l'IGeS (International Geoid Service, D.I.I.A.R. - Politecnico di milano), et qui a été modifiée et adaptée pour le besoin de cette étude.

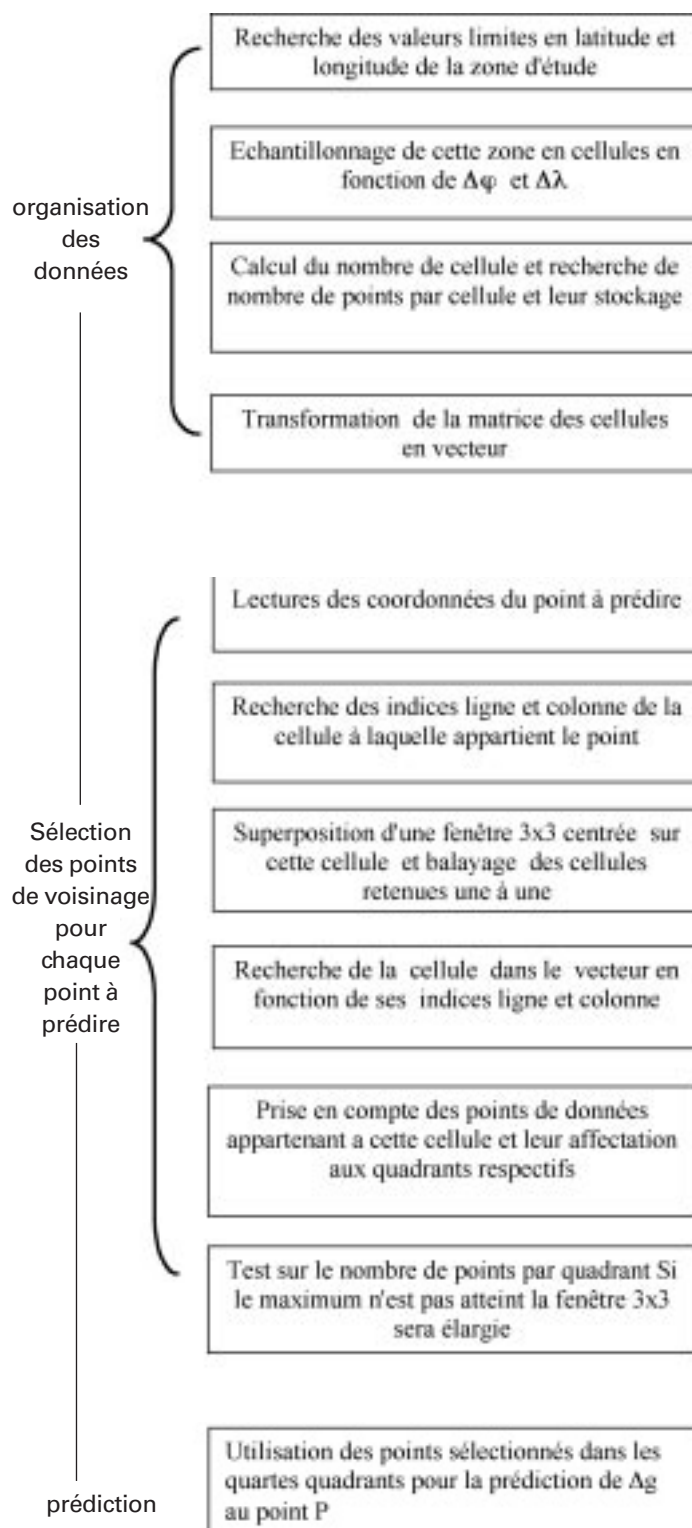


Figure 1 : Organisation et structuration des données.

- ■ ■ **Paramètres d'entrée** : fichier de données, rang de la donnée à prédire, nombre de point par quadrant, distance de corrélation en km, précision de la mesure, prédiction (grille ou ponctuelle), fichier des points de prédiction, modèle approprié de covariance

Paramètres de sortie : fichier des prédictions

Deux types de prédiction sont possibles :

- **Prédiction ponctuelle** : Elle peut être utilisée soit pour estimer la valeur de la mesure aux points autres que les points d'observation, soit pour prédire sa valeur en des points où la mesure est déjà faite pour procéder à sa validation. Cependant, et étant donné que cette prédiction dépend uniquement du voisinage immédiat, il est donc indispensable que tous les points à prédire doivent être inclus dans la zone d'étude.

A cet effet, le module PREDICTION commence par la vérification de l'appartenance de la zone de calcul à celle des données en se basant sur les valeurs limites de la zone. Dans le cas contraire un filtrage est effectué pour ne retenir que les points inclus. La figure 1 illustre l'organigramme général de la gestion et l'organisation des données utilisées dans le module PREDICTION.

- Organisation des données

En fonction de ses valeurs limites en latitude et longitude, la zone de données est organisée en cellules de dimensions $d\varphi$, $d\lambda$ telles que :

$$d\varphi = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{N_{\varphi}} \text{ et } d\lambda = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{N_{\lambda}}$$

Où N_{φ} et N_{λ} représentent respectivement le nombre de lignes et de colonnes, et qui se calculent par les formules suivantes :

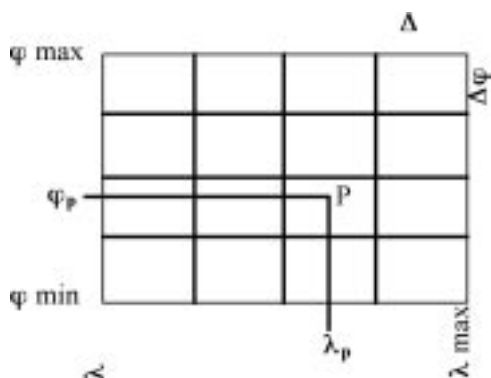
$$N_{\varphi} = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{r} \text{ et } N_{\lambda} = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{r}$$

$$\text{avec } r = \sqrt{\frac{(\varphi_{\max} - \varphi_{\min})(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})}{np}}$$

np n'est autre que le nombre total des points retenus.

En fonction de ces éléments, le module transforme la matrice des cellules en vecteur et détermine le nombre de points par cellule.

- **Calcul des indices ligne colonne de la cellule qui contient le point P**



$$I = \text{int}\left(\frac{\varphi_p - \varphi_{\min}}{\Delta\varphi}\right) \text{ et } J = \text{int}\left(\frac{\lambda_p - \lambda_{\min}}{\Delta\lambda}\right)$$

- **Calcul du rang de la cellule dans le vecteur**

$$\text{RVECT} = I \cdot N_{\lambda} + J + 1$$

- sélection

En fonction de la position du point à interpoler, le nombre maximum de points par quadrant et la distance maximale, le programme procède à la sélection des points de son voisinage qui interviennent dans la prédiction.

La recherche des points se fait par un balayage de la grille par une fenêtre de 3 x 3. En cas d'insuffisance du nombre de points par quadrant et quand la distance le permet, cette fenêtre sera élargie en conséquence. L'affectation d'un point à un quadrant est basée sur les signes de $\Delta\varphi$ et $\Delta\lambda$.

$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	quadrant
+	+	I
-	+	II
-	-	III
+	-	IV

- **Génération de grille** : En plus de la prédiction ponctuelle, le programme permet la génération d'une grille régulière à partir des mesures ponctuelles dont les pas et les limites en latitude et en longitude sont laissés au choix de l'utilisateur. La prédiction aux nœuds de la grille s'effectue par la même procédure et les mêmes critères que la prédiction ponctuelle.

Tests numériques

■ Données utilisées

Présentation de la zone d'étude

La zone choisie pour notre application comporte 2041 points, située au nord de l'Algérie elle s'étend de [34° à 37°] en latitude et de [-2° à 8°] en longitude. Ce choix est conditionné par la densité relativement élevée des mesures. Les données de gravité contenues dans cette zone, dont la précision a priori est de 5 mGals et rattachées au Système de Référence Géodésique GRS67, ont été fournies par le Bureau Gravimétrique International (B.G.I.).

Toutes ces mesures ont été transformées du système GRS67 au système GRS80. Enfin, on a appliqué une correction atmosphérique recommandée par l'Association Internationale de Géodésie afin d'éliminer l'influence des masses atmosphériques. La répartition géographique de ces mesures est représentée sur la figure 2.

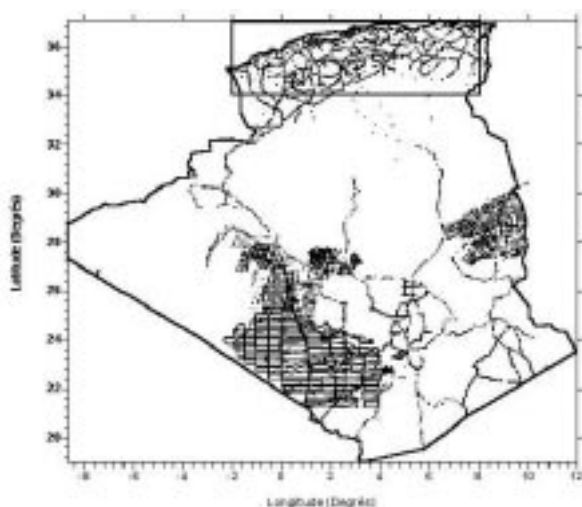


Figure 2 : Répartition géographique des mesures sélectionnées.

Modèle géopotential

La collocation est en général appliquée localement, et on traite alors des quantités résiduelles (observations et signal) par rapport à une représentation en harmoniques sphériques du potentiel disponible jusqu'à un degré et ordre donnés. Dans le contexte de ce travail, le modèle géopotential global OSU91A (Rapp et al., 1991), développé jusqu'au degré et ordre 360, a été utilisé pour réduire les anomalies de gravité observées de leurs contributions des grandes longueurs d'ondes calculées dans l'approximation sphérique par la formule suivante :

$$\Delta g = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=1}^{\infty} (n-1) \sum_{m=0}^n [\bar{C}_{nm} \cdot \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \cdot \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (8)$$

Où θ, λ sont les coordonnées sphériques du point de calcul, $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ sont les coefficients normalisés du modèle géopotential du potentiel perturbateur, \bar{P}_{nm} sont les fonctions associées normalisées de Legendre et \bar{N}_{max} désigne le degré maximum du modèle géopotential utilisé.

Les anomalies réduites Δg_{red} sont obtenues en retirant les anomalies de gravité du modèle géopotential Δg_m calculées par (8) à partir des anomalies de gravité observées Δg_{obs} :

$$\Delta g_{red} = \Delta g_{obs} - \Delta g_m \quad (9)$$

Ces anomalies reflètent les caractéristiques locales de la zone en question puisque les contributions des grandes longueurs d'onde sont éliminées. Les statistiques, en mGals, des données observées et réduites sont résumées dans la table 1. Après l'opération de retrait, on obtient des anomalies réduites beaucoup plus lisses que les anomalies gravimétriques observées. La déviation standard des données se réduit de 29.767 mGals à 23.243 mGals et leur moyenne passe de 27.894 mGals à 0.358 mGals.

Anomalies	Min.	Max.	Moyenne	Sd
Δg_{obs}	-82.59	136.20	27.894	29.767
Δg_{red}	-67.75	123.46	0.359	23.243

Tableau 1 : Statistiques, en mGals, des anomalies réduites.

Traitements et résultats

Fonction de covariance empirique

La fonction de covariance empirique de l'anomalie réduite a été calculée avec le programme COVAR_EMPIRIQUE en utilisant la formule suivante :

$$C_{ee}(\psi) = \frac{1}{N} \sum \delta \Delta g_i \cdot \delta \Delta g_j$$

La somme est effectuée pour toutes les combinaisons des points Q_i et Q_j dont la distance ψ_{ij} est comprise entre $(\psi - \Delta\psi/2)$ et $(\psi + \Delta\psi/2)$. N est le nombre de combinaisons et $\Delta\psi$ représente la dimension de l'intervalle d'échantillonnage prise égale à 5' dans notre cas. Le choix de cette valeur dépend du pas de la grille à utiliser.

Fonction de covariance analytique

Après avoir calculer la fonction de covariance empirique, il va falloir trouver une expression de la fonction analytique de covariance dont la courbe des valeurs épouse le mieux possible celle des valeurs empiriques correspondantes avec le minimum d'écarts. Dans ce travail, nous avons testé cinq modèles analytiques isotropes de covariance généralement utilisés en géodésie physique dans le but de sélectionner le modèle de covariance approprié capable de décrire le comportement local du champ de gravité. Il s'agit des modèles de : Hirvonen, Gauss-Markov, Exponentiel, Cosinus et Triangulaire.

Le problème d'ajustement consiste donc à estimer les valeurs du vecteur des paramètres composé de la variance des anomalies réduites (C_0) et de la distance de corrélation (ξ) afin de se rapprocher le plus possible des valeurs empiriques. Une procédure itérative par moindres carrés (Algorithme de Gauss-Newton) est utilisée pour l'estimation de ces derniers, en prenant comme solution approchée les paramètres empiriques. Les résultats de l'ajustement de la fonction de covariance empirique sur les différents modèles ont été obtenus par le programme ADJUST. Les fonctions de covariance empirique et analytique de chaque modèle sont illustrées par la figure 3.

La comparaison des valeurs des erreurs moyennes quadratiques des résidus (EMQ), l'analyse des ces représentations graphiques et la comparaison des valeurs ajustées des paramètres \bar{C}_0 et ξ des différents modèles avec celles des paramètres empiriques, montrent que le modèle Exponentiel est optimum dans la zone expérimentale. L'accord entre les deux courbes est parfait jusqu'à une distance sphérique de 0°.30 (~ 30 km). Cependant, il faut noter que ces résultats restent proches de ceux obtenus par le modèle analytique de covariance de Gauss-Markov, et par conséquent, plusieurs tests sont indispensables pour les départager et de se prononcer, ainsi, sur le modèle adéquat.

En outre, et compte tenu des valeurs analytiques fournies par les modèles Cosinus et triangulaire qui sont loin d'être représentatives de la covariance empirique, on a décidé de rejeter ces modèles pour la suite des traitements de prédiction.

Modèle	\bar{C}_0 (mGal**2)	ζ (Degrés)	EMQ (mGal**2)
Hirvonen	591.0521	0.11630	26724.175
Gauss-Markov	586.2543	0.07723	12843.620
Exponentiel	557.1991	0.15044	8645.287
Cosinus	98.9413	0.17493	464467.670
Triangulaire	184.0560	0.67518	361338.865

Tableau 2 : Paramètres analytiques des différents modèles.

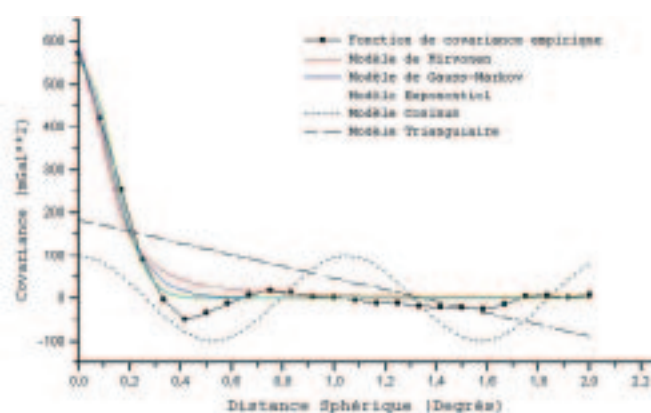


Figure 3 : Fonctions de covariance empirique et analytique des anomalies de gravité réduites.

Prédictions

Afin de se prononcer sur la méthodologie que nous avons adoptée pour le choix définitif du modèle approprié, deux tests ont été effectués et qui visent, d'une part, à valider le modèle choisi et à tester la sensibilité des résultats de prédictions obtenus aux différents modèles locaux de covariance, et d'autres part, à valider l'ensemble de données gravimétriques utilisées. Une première prédiction de l'ensemble des points de la zone d'étude est faite pour chaque modèle en utilisant ses paramètres ajustés. Les statistiques des écarts sont résumées dans la Table 3. Leur analyse montre que des forts pourcentages des écarts pour l'ensemble des modèles se trouvent situer dans l'intervalle $[-10 \text{ à } +10]$ mGals, et font ressortir le modèle de Gauss-Markov comme modèle approprié.

Les statistiques des différences entre le modèle approprié et les autres modèles sont regroupées dans la Table 4. Elles montrent que les résultats de prédictions obtenus ne sont pas trop sensibles aux modèles théoriques de covariance utilisés. On constate que plus de 92,1% des écarts sont compris dans l'intervalle $[-5 \text{ à } +5]$ mGals.

Delà on peut conclure que les tests effectués pour les divers modèles locaux de covariance $C(d)$ avec leurs paramètres ajustés

Modèles	Hirvonen	Gauss-Markov	Exponentiel
Minimum	-14.12	-18.51	-20.55
Maximum	12.73	7.47	20.78
Moyenne	0.031	0.035	-0.023
Déviat Standard	1.851	1.185	3.497
-5 ≤ écart ≤ 5	1997	2025	1774
Pourcentage	97.8	99.3	86.9
-10 ≤ écart < 10	2034	2038	1999
Pourcentage	99.7	99.9	97.9

Tableau 3 : Statistiques, en mGals, des écarts entre les prédictions obtenues par chaque modèle et les anomalies réduites observées.

tés C_0 , ζ , montrent que les valeurs de ces modèles $C(d)$ pour $d \leq \zeta$ sont pratiquement les mêmes, et que deux différentes fonctions donnent presque les mêmes erreurs d'interpolation ; puisque la variance C_0 détermine l'échelle des erreurs de prédiction, et la longueur de corrélation ζ décrit leur comportement pour des distances moyennes de l'ordre de ζ .

	Min.	Max.	Moy.	Dév. St.	-5 ≤ écart ≤ 5 (%)
Hirvonen - Gauss-Markov	-4.32	5.45	0.004	0.870	99.9
Exponentiel - Gauss-Markov	-13.47	13.5	0.012	2.723	92.1

Tableau 4 : Statistiques, en mGals, des différences entre les prédictions obtenues par chaque modèle et celles calculées à partir du modèle approprié (Gauss-Markov).

Cependant, et afin d'évaluer l'effet de cette différence sur la surface du géoïde, nous avons généré au premier lieu deux grilles des anomalies réduites de résolution $5' \times 5'$ avec les modèles Exponentiel et Gauss-Markov (Cas le plus défavorable en termes d'extremums, voir la Table 4). Pour chaque grille, la valeur prédite de chaque nœud a été estimée à partir des points les plus proches de son voisinage en utilisant les paramètres ajustés des modèles analytiques de covariance correspondants.

Ensuite, les deux grilles des anomalies réduites résultantes ont été transformées en ondulations résiduelles du géoïde par intégration numérique de la formule de Stokes en utilisant la technique de Transformée de Fourier Rapide (FFT) implémentée dans le programme FFTGEOID (Sideris, 1994) acquis auprès de l'IGeS (International Geoid Service). La grille $5' \times 5'$ des différences des hauteurs résiduelles du géoïde sur la zone test est représentée sur la figure 4. La table 5 résume les statistiques correspondantes. On notera, que la moyenne des hauteurs résiduelles du géoïde est de l'ordre de 40cm et leur

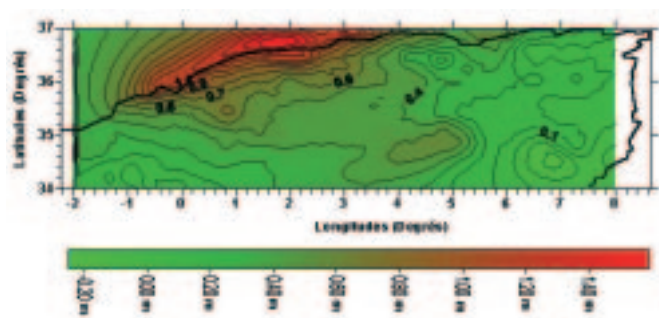


Figure 4 : Géοide résiduel (mètres).

déviatiοn standard est égale à 32cm. Elles sont maximum le long des côtes et dans les régions dépourvues des données, et d'environ 10cm à 20cm le long des levés gravimétriques. Ces écarts sont significatifs pour une détermination précise du géοide.

Minimum	Maximum	Moyenne	Déviatiοn Standard
-0.25	1.590	0.400	0.320

Tableau 5 : Statistiques, en mètre, des hauteurs résiduelles du géοide.

La seconde étape consiste à valider l'ensemble de données gravimétriques utilisées dans le cadre de cette étude pour pouvoir les intégrer, ultérieurement, dans une base de données gravimétriques qui sera conçue ultérieurement.

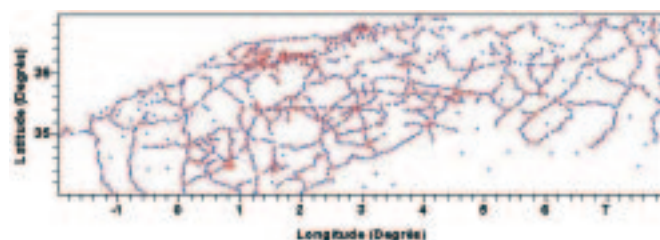
La procédure de validation a été appliquée en utilisant la méthode de collocation par les moindres carrés dans laquelle, le modèle de Gauss-Markov avec ses paramètres ajustés a été adopté comme modèle local de covariance pour exprimer la corrélation entre les données utilisées et les signaux à estimer. Les données contenues dans la zone test ont été divisées en deux ensembles disjoints **A** et **B**, à condition qu'ils aient la même distribution. Pour ce faire, un échantillonnage avec un pas de 5' (~ 10 km) sur les données contenues dans cette zone a été effectué (il ne s'agit pas de valeurs moyennes). La distribution géographique des deux ensembles **A** et **B** est représentée dans la figure 5. Ensuite, les valeurs prédites des anomalies de gravité de l'ensemble **B** ont été estimées à partir des données de l'ensemble **A**, puis comparées aux observations de l'ensemble **B**. Cependant, si la différence entre Δg_{red} et Δg_{pred} est supérieure au seuil fixé à posteriori en fonction de la précision de la donnée utilisée (20 mGals dans notre cas), alors cette observation est considérée comme suspecte et elle sera rejetée automatiquement. De même pour les données de l'ensemble **A** à partir de l'ensemble **B**. Les statistiques des mesures validées sont regroupées dans la table 6. Le taux d'erreur détecté en utilisant cette procédure est de l'ordre de 2.16% et il permet de confirmer que les données fournies par le **B.G.I.** sont de bonne qualité, et par conséquent, elles peuvent être exploitées pour la détermination du géοide Algérien ; surface de référence nécessaire pour pouvoir trans-

former les altitudes ellipsoïdiques purement géométriques issues du GPS en altitudes orthométriques et rendre par voie de conséquence opérationnel le procédé du Nivellement par GPS. En Algérie et compte tenu de l'état actuel du réseau national, cette alternative reste la seule issue à entreprendre pour espérer de couvrir, dans un avenir proche, l'ensemble du territoire national en repère de nivellement.

Anomalies	Min.	Max.	Moyenne Standard	Déviatiοn
Δg_{red}	-57.87	123.46	-0.032	22.387
Prédictions (Δg_{pred})	-46.90	121.66	0.064	19.979
Différences ($\Delta g_{red} - \Delta g_{pred}$)	-19.80	19.89	-0.096	6.394

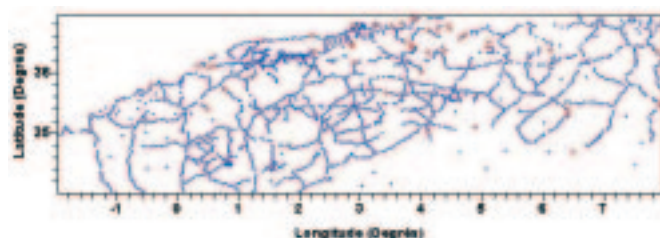
Tableau 6 : Statistiques (en mGals) des données validées.

Figure 5 : Distribution géographique des deux ensembles.



A et B - A (en Bleu), B (en Rouge).

Figure 6 : Distribution géographique des données.



validées - Points acceptés (+), Points douteux (+).

Conclusion

La méthode utilisée dans le cadre de ce travail n'est pas récente dans son principe, mais elle est d'un intérêt majeur pour la validation des mesures gravimétriques ; type de données utilisées généralement dans la modélisation du champ de pesanteur local et dans plusieurs applications en géodésie et en géophysique.

L'objectif de ce travail était de mettre en œuvre une méthodologie et des procédures permettant le choix optimum d'un modèle local de covariance à des fins de validation.

Le programme développé dans le cadre de cette étude, permet de calculer la fonction de covariance empirique et ses paramètres, de l'ajuster sur les différents modèles locaux de covariance afin d'en déduire le modèle approprié, et d'effectuer des prédictions ponctuelles et de générer des grilles régulières.

- ■ ■ L'application de cette méthodologie aux données gravimétriques d'une zone test située au nord de l'Algérie et considérée comme la plus dense, a permis de ressortir le modèle de Gauss-Markov comme modèle approprié. Cependant, il faut noter que le résultat obtenu reste tributaire de la qualité et de la densité des données utilisées dans le cadre de cette application.

Dans ce même contexte et afin de se prononcer sur la méthodologie adoptée pour le choix définitif du modèle optimum de covariance et de comparer les prédictions obtenues par différents modèles analytiques de covariance, une prédiction est faite, pour chaque modèle en utilisant ses paramètres ajustés, sur l'ensemble des points appartenant à la zone d'étude. Les résultats obtenus présentent, en fonction du modèle utilisé, des écarts extrêmes plus au moins importants. L'analyse des statistiques montre que des forts pourcentages des écarts pour tous les modèles se trouvent situer dans l'intervalle $[-10 \text{ à } +10]$ mGals et a permis de conclure que le modèle de Gauss-Markov est le modèle approprié. En outre, la comparaison des résultats de prédiction obtenus par les différents modèles avec ceux estimés par le modèle approprié de Gauss-Markov, a montré que les résultats sont presque identiques et prouve que les prédictions ne sont pas trop sensibles aux modèles théoriques de covariance utilisés, notamment, lorsqu'il s'agit de prédire des quantités similaires aux données employées.

Enfin, et afin de répondre à l'un des objectifs de cette étude, nous avons procédé, en utilisant le modèle de Gauss-Markov avec ses paramètres ajustés, à la validation de l'ensemble des données contenues dans la zone test. Le taux d'erreur détecté est de l'ordre de 2.16% et nous laisse confirmer que les données fournies par le B.G.I. sont de bonne qualité et peuvent être intégrées dans le calcul du géoïde Algérien. Néanmoins, il faut signaler la présence de graves lacunes dans la couverture gravimétrique du pays notamment dans sa partie sud qu'il conviendrait de combler aussi bien pour satisfaire les besoins de la géodésie que ceux de la géophysique et de la géologie. ●

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le Prof. C. C. Tscherning (secrétaire général de l'A.I.G.) et le Prof. R. Forsberg de l'université de Copenhague pour leur avoir fourni le logiciel GRAVSOF, et le Prof G. Balmino pour avoir mis à leur disposition les données gravimétriques sur l'Algérie.

Contacts

BENAHMED DAHO S. A., SAHEL C., ZEGGAI A.

Centre National des Techniques Spatiales,
Division de Géodésie - BP 13 Arzew - 31200 - Algérie.
d_benahmed@hotmail.com

Références bibliographiques

- Moritz H., 1980.** *Advanced physical geodesy*. Edition Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Heiskanen, W.A., H. Moritz, 1984.** *Physical Geodesy*. 2^e édition Institute of Physical Geodesy, Technical University Graz, Austria.
- Heiskanen, W.A. and H. Moritz, 1967.** *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Company, San Francisco.
- Rapp R. H., Y.M. Wang, and N.K. Pavlis, 1991.** *The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models*. Report N° 410, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.
- Tscherning, C. C., Forsberg, R., Knudsen, P., 1992.** Description of the GRAVSOF package for geoid determination, Proceedings of First Continental Workshop on the Geoid in Europe, Prague, pp327 - 334.
- Sediris, G., 1994.** *Geoid determination by FFT Techniques*. Lecture notes for the international school for the determination and use of the Geoid. International Geoid service. DIIAR. Milan.

ABSTRACT

Keywords: Collocation, Geopotential model, validation procedure.

The validation is an extremely strict procedure that guarantees quality and integrity of the gravity data bank. It is applied systematically to all sets of data before being integrated into the data bank. Its principle consists of comparing the observed value and the predicted one estimated by a powerful technique like Collocation method. Nevertheless, the difficult step in its application is the determination of the empirical covariance function and subsequently the selection of its corresponding analytic representation capable to describe the local behaviour of the gravity field. Therefore, the main goal of this paper is to propose a procedure for the selection of the optimal analytical covariance model for the validation purposes. Several local analytical covariance functions broadly used in physical geodesy were tested and the most suitable will be selected in test area from a statistical procedure. For this purpose, the gravity data provided by the B.G.I., consisting of 2041 gravity measurements covering the north part of Algeria between the limits $[34^\circ, 37^\circ]$ in latitude; and $[-2^\circ, 8^\circ]$ in longitude, and the tailored geopotential model OSU91A complete to degree and order 360, have been used to test the developed methodology. The validation was applied to predict free air gravity anomalies reduced from the effect of the spherical harmonic coefficient set OSU91A. The error ration detected using this technique represent 2.16% which remains small with regard to the number of measures used, and proves that the gravity data measurements provided by B.G.I. are good quality and subsequently, can be used for the Algerian geoid computation. Furthermore, this work shows also the non-homogeneity of the gravity data in experimental area and their insufficient accuracy.